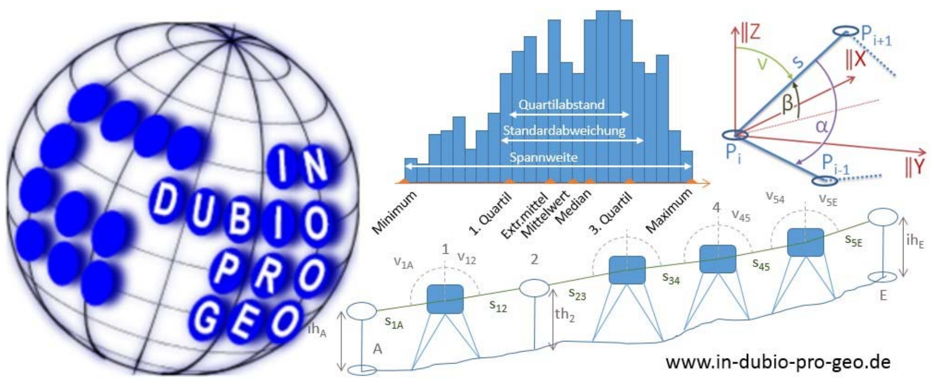
IN DUBIO PRO GEO

Geodätisches Cloud Computing

Handbuch Version Juli 2019



Ein Projekt der HTW HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES Fakultät Geoinformation

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Verzeichnis der Anleitungen

Seiteninhalt

X

☰ Allgemeines, Projektverwaltung und Listen

Erste Schritte

Grundlegendes zur Arbeit mit IN DUBIO PRO GEO

IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

Wenn Sie ein geodätisches oder geometrisches Problem haben, gibt es fast immer einen Weg, es mit IN DUBIO PRO GEO zu lösen.

Projektverwaltung

Laden, duplizieren, löschen oder speichern Sie ein IN DUBIO PRO GEO Projekt oder laden Sie dieses auf Ihren Computer herunter. Nehmen Sie projektbezogene Einstellungen vor.

Koordinatenlisten

Koordinatenlisten sind Listen von Koordinatensätzen, eine spezielle Form von tabellarischen Datensätzen. Bearbeiten, filtern, sortieren und speichern Sie Koordinatenlisten für die spätere Verwendung in den Berechnungen.

Messwertlisten

Messwertlisten sind Listen von Messwertsätzen, eine spezielle Form von tabellarischen Datensätzen. Messwerte sind verschiedenste Winkel, Distanzen, Höhen(differenzen) und vieles mehr.

Rasterpunkte erzeugen

Gleichabständige Punkte auf einer Linie (1D), einem Rechteck-Raster (2D) oder Quader-Raster (3D) werden erzeugt und können mit anderen Rechenwerkzeugen weiter verarbeitet (z.B. gedreht) werden.

☰ Berechnungen

Ebene Polygone

Ebene Polygone werden aus gegebenen Eckpunktkoordinaten berechnet: ebene Polygon- und Richtungswinkel, Seitenlängen, Flächeninhalt, Umfang etc.

Matrixrechnungen

Mit einer Matrix werden verschiedene Berechnungen angestellt: Inversion, Cholesky, LU, Eigen- und Singulärwertzerlegung, Determinante und Normen.

Satellitenbahnen

Aus Ephemeriden oder Almanach-Daten von GNSS-Satelliten (z.B. GPS) werden auf einem vorgegebenen Zeitraster diskrete Bahnpunkte berechnet. Der Berechnung liegt die GPS Interface Specification IS-GPS-200 und das GALILEO Signal in Space Interface Control Document zugrunde.

Gittermaßstabsfaktoren

Der Punktmaßstabsfaktor an den Punkten der Koordinatenliste und der Linienmaßstabsfaktor entlang der Linien zwischen aufeinanderfolgenden Punkten werden berechnet.

Normalschwereformeln

Die Normalschwere an einem Punkt gegebener ellipsoidischer Breite und Höhe wird für die Niveauellipsoide GRS67,GRS80 und World Geodetic System 1984 berechnet, wahlweise einschließlich einer Fehlerfortpflanzung.

Transf. über Parameter

Punkte in der Ebene und im 3D-Raum werden mittels gegebener Parameter transformiert. Eine Folge von bis zu 13 Transformationsschritten kann abgearbeitet werden. Auf diese Weise können alle denkbaren Transformationen konfiguriert werden.

Transf. über identische Punkte

Identische Punkte werden verwendet, um zwischen zwei Koordinatensystemen Transformationsparameter zu berechnen. Alle ebenen oder räumlichen Transformationen werden berechnet, die mit diesen Punkten berechenbar sind. In beiden Systemen können nicht identische Punkte gegeben sein, diese werden mit den berechneten Parametern transformiert.

Satzmessungen

Auf einem Standpunkt können zu Zielpunkten Messungen in mehreren Sätzen vorliegen. Messwerte können in beliebiger Reihenfolge vorliegen und beliebig fehlen. Satzmittel, Instrumentenfehler und Genauigkeitsschätzungen werden berechnet. Die Ergebnisse können mit anderen IN DUBIO PRO GEO Rechenwerkzeugen weiter verarbeitet werden.

Standpunktzentrierung

Exzentrisch gemessene Sätze von polaren Messwerten werden rechnerisch auf ein neues Zentrum übertragen. Man erhält die Werte, die man auf dem Zentrum gemessen hätte, wahlweise einschließlich einer Fehlerfortpflanzung. Wenn alle erforderlichen Werte gegeben werden, wird eine räumliche Zentrierung berechnet.

Atmosphärische Korrektion

Die Refraktivität der Luft für gegebene atmosphärische Bedingungen im sichtbaren und nahen infraroten Spektrum wird berechnet, wahlweise einschließlich einer Fehlerfortpflanzung. Ein Distanzmesswert kann korrigiert werden.

Polygonzüge

Aus Punktkoordinaten und polaren Messwerten wird versucht, einen klassischen Polygonzug mit Verteilung der Widersprüche zu berechnen. In beliebigen Messwerten wird der längstmögliche Polygonzug erkannt. Was auf irgendeine Art sinnvoll auswertbar ist, wird ausgewertet.

Universalrechner

Aus Punktkoordinaten und polaren Messwerten werden alle möglichen Größen berechnet. Rechenregeln zwischen diesen Größen werden aufgestellt und nacheinander angewendet, bis keine neuen Werte mehr erhalten werden, und zwar auf jede mögliche Weise. Dadurch ergeben sich oft viele verschiedene Ergebnisse, deren Vergleich zur Aufdeckung grober Fehler genutzt werden kann. Die Mediane der berechneten Werte stellen dann das Ergebnis einer robusten Schätzung dar.

Wiederholungsmessungen

In der Geodäsie und in anderen messenden Disziplinen wird eine Größe oft mehrmals unter denselben äußeren Bedingungen gemessen, um die Genauigkeit und Zuverlässigkeit zu erhöhen. Es wird angenommen, dass sich die Messwerte nur durch zufällige unabhängig identisch verteilte Messabweichungen unterscheiden. Solche Messwerte werden umfassend ausgewertet, einschließlich sämtlicher anwendbarer statistischer Tests. Statt geodätischer Messwerte können auch alle anderen derartigen Zufallsstichproben ausgewertet werden.

Doppelmessungen

Mehrere Größen wurden je zweimal gemessen, möglicherweise mit unterschiedlichen Genauigkeiten und/oder mit systematischer Differenz. Solche Messungen werden umfassend ausgewertet, einschließlich statistischer Tests, z.B. dass eine systematische Differenz vorliegt.

Vermittelnde Ausgleichung

Das allgemeine vermittelnde Ausgleichungsproblem wird nach der Methode der kleinsten Quadrate gelöst, optional mit Bedingungsgleichungen für Parameter und Funktionen ausgeglichener Größen.

Höhennetze

Alle Arten von Höhennetzen werden ausgeglichen, sowohl Nivellementnetze (Höhendifferenzen, Linienlängen), als auch trigonometrische Höhennetze (Zenitwinkel, Distanzen), sowohl freie als auch angeschlossene Netze, sogar einzelne Nivellementlinien.

Ausgleichende Flächen

Durch gegebene Stützpunkte im 3D-Raum wird eine ausgleichende (d.h. bestanpassende) Fläche (Ebene, Kugel, Ellipsoid oder allgemeine Quadrik) berechnet. Auch eine Ebene durch 3 Punkte, eine Kugel durch 4 Punkte usw. kann berechnet werden. Weitere Punkte können auf die Flächen projiziert werden.

Sonstiges

Bibliothek

Dies ist eine Sammlung von Links auf wissenschaftliche Dokumente im World Wide Web zu wichtigen Themen der Geodäsie. Zur Zeit sind `2824` Dokumente mit insgesamt `90000` Druckseiten und `5` GByte enthalten. Letztes Update mit Überprüfung aller Links: `26.09.2018`.

Tutorium

Die Tutorien erläutern die Funktion von IN DUBIO PRO GEO anhand von Praxisbeispielen. Die Lösungen zu den Aufgaben sind mittels vorausgefüllter Formulare nachvollziehbar. In den Auswahlfeldern stehen nicht alle Optionen zur Verfügung. Die Formulare lassen sich mit der Schaltfläche Rechnen absenden und so die Ergebnisse betrachten. Um das zu ersparen, sind die Ergebnisse im Tutorium auszugsweise dargestellt. Die wesentlichen Zwischen- und Endergebnisse sind durch goldfarbene Boxen hervorgehoben. Die Lösungen sind in weiteren goldfarbenen Boxen kommentiert.

Trickkiste

IN DUBIO PRO GEO leistet mehr, als Sie wahrscheinlich erwarten. Die Trickkiste enthält eine Auswahl nützlicher Tricks, die die Arbeit erleichtern. Diese sind sortiert nach Nutzerniveau (Anfänger ⇒ Experte).

Erdkrümmung **Fehlerfortpflanzung** **Informationskriterien**

Auch interessant

X

Glossar | Einstellungen | Berühmte Geodäten
Trickkiste | Erste Schritte | Geodätische Abkürzungen
Zeitleiste | Problembericht | IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:56 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Erste Schritte

Seiteninhalt

X

Wie erhalten Sie Hilfe?

Klicken Sie auf ?, um eine kontextbezogene Anleitung aufzurufen.
Platzieren Sie den Mauszeiger über um Hinweise zu erhalten.
Platzieren Sie den Mauszeiger über die mit › markierten Begriffe, um deren Bedeutung zu erfahren.

Haben Sie Fragen zu Ihrer Berechnung, z.B. weil diese nicht das erwartete Ergebnis lieferte, so können Sie das Projekt Speichern und den Link zum Laden des Projektes über Problembericht zusammen mit Ihrer Frage und Ihrer Kontaktadresse senden. Sie erhalten dann innerhalb weniger Stunden eine Antwort.

Über das Eingabefeld unten auf der Startseite durchsuchen Sie IN DUBIO PRO GEO mit der Google™ Suchmaschine.

alle Anleitungen und Tutorien,
Stand: Sept. 2017 (4 MB, 179 Seiten)

Bitte beachten Sie

Wenn Sie IN DUBIO PRO GEO in mehreren Tabs desselben Browserfensters öffnen, wird in all diesen Tabs **dasselbe Projekt** bearbeitet! Das könnte unerwünscht sein.

Wenn Webseiten Rechenergebnisse enthalten, hat IN DUBIO PRO GEO diese Ergebnisse unmittelbar vor der Anzeige der Seite berechnet. Wenn Sie im Browser mittels "Verlauf" oder "Zurück" zu einer Seite mit Rechenergebnissen navigieren und zwischendurch Daten geändert haben, z.B. Einstellungen, dann werden die Berechnungen **mit den geänderten Daten wiederholt** . Sie sehen dann unter Umständen nicht genau dieselbe Seite wie vorher! Das könnte unerwünscht sein. Sicherer ist es, nicht mit "Verlauf" oder "Zurück" zu navigieren, sondern mit START , ▲Seitenanfang , ▼Seitenende und Eing. ändern .

Eingabefelder

Die Zeichen „& $ < > \ { | }“ sind in Eingabefeldern nicht erlaubt und werden ersetzt durch „†“ (dagger).

Blau hinterlegte Eingabefelder können leer bleiben.

Numerische Werte in Eingabefeldern können Zahlen mit Dezimalpunkt oder Dezimalkomma oder ganze Zahlen sein. Auch die Exponentialschreibweise und Prozentangaben sind möglich.

Beispiele: `16.1063` `16,1063` `161063e-4` `1610.63%`

Arithmetische Ausdrücke in Eingabefeldern

Statt numerischer Werte wie

`16.1063` `16,1063` `161063e-4` `1610.63%`

können Sie immer auch arithmetische Ausdrücke eingeben, wie z.B.

`8.1+8.0063`	`(3,3009-1)*7,0`	`8.1+80063e-4`	`pi*16.1063/pi`
`161063/10000`	`log(exp(16.1063))`	`2,3009*7,0`	`sqrt(16,1063*16.1063)`
`3,3009*7,0-7`	`asin(sin(0.161063))*100`		`(16.1063^(-0.5))^(-2)`

Alle 10 arithmetischen Ausdrücke ergeben denselben numerischen Wert. Das funktioniert auch in tabellarischen Datensätzen wie Messwert- oder Koordinatenlisten sowie Matrizen. In diesen Beispielen ist das gewählte Ausgabedezimaltrennzeichen nicht wirksam.

Die folgenden mathematischen Funktionen werden unterstützt: `abs acos acosh asin asinh atan2 atan atanh cos cosh exp log10 log sin sinh sqrt tan tanh`
⚠ Argumente von Winkelfunktionen werden hier immer in der Winkeleinheit Radiant (Bogenmaß) erwartet, egal welche Einheit sonst irgendwo benutzt wurde.

Bekanntes Problem: Arithmetische Ausdrücke in Eingabefeldern funktionieren nicht in der ⇓Winkeleinheit `GradMinSek`.

Siehe Beispiel: Arithmetische Ausdrücke in Matrizen.

Tabellarische Datensätze

Koordinatenlisten und Messwertlisten sowie andere tabellarische Datensätze wie Matrizen und Vektoren können über die Zwischenablage in Texteingabefelder (textarea) kopiert werden. Bei den meisten Texteingabefeldern steht unten auf der Seite auch eine Schaltfläche zum Datei-Upload zur Verfügung. Hier sind Textdateien mit einer maximalen Größe von 30 kByte erlaubt. Der verwendete Zeichensatz wird automatisch erkannt, selbstverständlich auch ein Multibyte-Zeichensatz.

Jeder Datensatz wird in eine eigene Zeile geschrieben. Die Reihenfolge der Zeilen ist manchmal beliebig. Alle Eingaben beginnend mit "//" auf einer Zeile sowie Leerzeilen werden ignoriert. Aufeinanderfolgende Elemente jedes Satzes werden mit Tabulator, Leerzeichen oder Semikolon getrennt. Mehrere aufeinanderfolgende Leerzeichen wirken wie ein Leerzeichen. Andererseits wird z.B. " 1; ;2 " als Satz mit drei Elementen angesehen, das zweite ist leer. Bei numerischen Werten und arithmetischen Ausdrücken sind die Regeln für ⇑Eingabefelder anzuwenden.

Beispiel: Die folgenden Eingaben liefern alle dasselbe Ergebnis.

16,10 17,11 23,06 14,02	16,10 17.11 23.06 14,02	16.10;17.11 //extra 23.06 ; 14.02	16.10 ; 17+11/100 //extra 23.06 14.02

Will man Koordinaten- oder Messwertlisten aus unterschiedlichen Dateiformaten übernehmen, so ist ein Text-Editor nützlich, der auch spaltenweise markieren kann, z.B. der Freeware-Editor ⇒notepad++ . Auch sehr leistungsstark ist ⇒textpad

☰ Längeneinheit

Es wird angenommen, dass alle Distanzen, kartesischen und Gitterkoordinaten, Instrumenten- und Zielhöhen etc. sowie der Erdkrümmungsradius im Projekt dieselbe Einheit haben und alle Flächen das Quadrat dieser Einheit. Auch Standardabweichungen dieser Größen sind in dieser Einheit anzugeben und werden in dieser erhalten. Üblich ist die Einheit Meter. Wird bei Berechnungen ein Referenzellipsoid verwendet, so muss die Längeneinheit unbedingt Meter sein.

Es ist nicht zulässig, die Längeneinheit an die Eingabezahl anzuhängen.

☰ Winkeleinheit

Die Winkeleinheit kann getrennt für ellipsoidische Länge/Breite und für sonstige Winkel definiert werden. Bei manchen Berechnungen sind nicht alle Winkeleinheiten wählbar. Westliche Längen und südliche Breiten sind negativ anzugeben.

Für Winkel ist es ausnahmsweise erlaubt, Zahlen mit °,'," einzugeben, aber nicht in arithmetischen Ausdrücken. Zulässige Schreibweisen sind in der Tabelle rechts dargestellt.

Beispiel: Für den Winkel 16.1063° sind bei Eingaben die rechts angegebenen Schreibweisen möglich, statt mit Dezimalpunkt generell auch mit Dezimalkomma. Die Ausgabe von Winkeln in Ergebnistabellen erfolgt immer in der erstgenannten Schreibweise. Z.B. 16°6'22.7" wird in der Einstellung GradMinSek ausgegeben als 16.06227. Wenn unter Einstellungen das Ausgabedezimaltrennzeichen Komma eingestellt war, dann erhält man 16,06227.

⚠ Falls Sie Arithmetische Ausdrücke in Eingabefeldern mit Winkelfunktionen verwenden, müssen Winkel immer in Radiant (Bogenmaß) angegeben werden.

Grad	16.1063 oder 2.30009*7 oder 16.1063°
Gon	17.895889 oder 17+0.895889
Bogenmin.	966.378 oder 966.378'
Bogensek.	57982.7 oder 57982.7"
GradMin	16.06378 oder 16°06.378' oder 16°6.378'
GradMinSek	16.06227 oder 16°06'22.7" oder 16°6'22.7"
unzulässig	16° 06' 22.7" oder 2.30009°*7 oder N16°6'22.7" oder 15°66'22.7" usw.
Radiant	0.28110797
Vollwinkel	0.00447397

Beispiele für Winkelangaben

Einstellungen: In dieser Tabelle ist das gewählte Ausgabedezimaltrennzeichen nicht wirksam.

Bekanntes Problem: Wenn in einer Berechnung Winkel vorkommen, werden alle Größen, die in der alternativen Winkel-Schreibweise erscheinen, in die Standard-Schreibweise konvertiert, auch solche, die eigentlich keine Winkel sind. Geben Sie hier nicht versehentlich Nicht-Winkel in dieser Winkelschreibweise an.

☰ Javascript, HTML5, CSS3 etc.

IN DUBIO PRO GEO arbeitet ohne Cookies, Java oder Flash etc. und so weit wie möglich auch ohne Javascript. Nur folgende Funktionen erfordern, dass in Ihrem Browser Javascript aktiviert ist:

- das direkte Laden von Beispielen und das Löschen in den Formularen
- das Ausblenden von Paragraphen direkt auf der Seite (über Einstellungen funktioniert aber)
- das Laden von Daten in einen neuen Tab
- die graphische Ausgaben der Berechnungsfiguren auf der Leinwand
- Sonderfunktionen nur für Geomatikstudierende der HTW HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES, die mit dem HTW-Netz verbunden sind.

Die Leinwand wird auch nur in einem HTML5-fähigen Browser dargestellt. Einige Stile erfordern CSS3. Moderne Browser sind HTML5/CSS3-fähig! Der Internet Explorer Version 8 oder älter wird nicht empfohlen.

Wenn Javascript deaktiviert ist, sind die nicht funktionierenden Schaltflächen grau dargestellt.
Test:

☺ **Javascript ist aktiviert**

Der HTML5- und CSS3-Codes von IN DUBIO PRO GEO werden regelmäßig mit den W3C validation services validiert.

W3C HTML 5.0 W3C CSS

☰ Auch interessant

x

Glossar	Trickkiste	Problembericht
Tutorium	Projekt laden	Liste der Anleitungen
Speichern	Einstellungen	IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

Seiteninhalt

x

Wenn Sie ein geodätisches oder geometrisches Problem haben, gibt es fast immer einen Weg, es mit IN DUBIO PRO GEO zu lösen.

x

Was ist Geodäsie

Geodäsie ist ein Begriff aus dem antiken Griechenland, um den Begriff "Geometrie" zu ersetzen, der seine ursprüngliche Bedeutung als **Erd- und Landmessung** verloren hatte und nun die abstrakte Bedeutung der "Theorie der Formen" erlangte. Aristoteles schrieb in seiner "Metaphysik", dass die beiden Begriffe sich nur darin unterscheiden: "Geodäsie bezieht sich auf konkrete Dinge und Geometrie auf abstrakte." Viele Jahrhunderte später bedeutet das Wort "Geodäsie" dann die Bestimmung der Form zunächst von Teilen der Erdoberfläche und schließlich nach der Verfügbarkeit geodätischer Raumverfahren auch der ganzen Erdoberfläche. Es bleibt also eine angewandte Wissenschaft, die sich zugleich drängenden und herausfordernden theoretischen Problemen sowohl in der physikalischen Modellierung, als auch in der Methodik der Datenanalyse zuwendet.

nach Dermanis & Rummel 2000

Was ist IN DUBIO PRO GEO

IN DUBIO PRO GEO ist eine geodätische Cloud-Computing-Software. Sie bietet Werkzeuge für Geodätische Berechnungen und Ausgleichungen

- ☺ wissenschaftlich richtig, aber leicht verständlich
- ☺ mit Anleitungen und Tutorien
- ☺ mit Bibliothek und Verzeichnissen
- ☺ kostenlos und herstellerunabhängig
- ☺ ohne Werbung und Registrierung, keine Cookies
- ☺ plattformunabhängig (läuft auch auf Smartphone usw.)
- ☺ keine Installation auf Ihrem Computer erforderlich
- ☺ kein Plugin etc. erforderlich, läuft auch ohne Javascript
- ☺ deutsch und englisch
- ☺ wird ständig weiter entwickelt

Das IN DUBIO PRO GEO Prinzip

IN DUBIO PRO GEO versucht, wissenschaftliche Korrektheit mit Benutzerfreundlichkeit auch für Einsteiger zu verbinden.

Aus den vom Nutzer eingegebenen oder hochgeladenen Startwerten wird versucht, so viel wie möglich zu berechnen. Wenn sich aus diesen Werten nichts Sinnvolles berechnen lässt, wird nichts berechnet.
Begriffe und Formelzeichen sind weitgehend der ⇛Wikipedia angeglichen.

Die verschiedenen Rechenwerkzeuge sind miteinander verlinkt, so dass die Ergebnisse einer Berechnung als Startwerte einer nachgeschalteten Berechnung verwendet werden können, wenn das sinnvoll ist.

„Mach es so einfach wie möglich, aber nicht einfacher. “
Albert Einstein

☰ Feedback / ein Problem melden

Dieses Webprojekt wird permanent weiter entwickelt. Irrtümer sind nicht auszuschließen. Alles wird unternommen, um Fehler zu finden und zu beseitigen. Wenn Sie Fehler finden und das unterstützen wollen, so senden Sie bitte einen kurzen Fehlerbericht. An Hinweisen und Vorschlägen sind wir jederzeit interessiert. Problembericht

Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Lehmann
HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES
Fakultät Geoinformation
PF 120701
D-01008 Dresden

Tel +49 351 462 3146
Fax +49 351 462 2191
Ruediger.Lehmann@htw-dresden.de

⇛Researchgate score: 22.36
h-index: 9 (excluding self-citations)
⇛run 100 km in < 10 h

☰ Auch interessant

X

Glossar	Einstellungen	Berühmte Geodäten
Trickkiste	Erste Schritte	Liste der Anleitungen
Zeitleiste	Problembericht	Geodätische Abkürzungen

Schon gewusst? *IN DUBIO PRO GEO ist kostenlos, aber wenn Sie Ergebnisse verwenden, erwarten wir einen Verweis auf die Quelle. Danke!* X

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:48 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Projektverwaltung

Seiteninhalt

x

Einführung

IN DUBIO PRO GEO bewahrt Ihre Eingaben und Einstellungen im Arbeitsspeicher auf. Sobald Eingaben oder Einstellungen vorgenommen wurden, sehen Sie die Symbole und in der Navigationsleiste. IN DUBIO PRO GEO hat dann ein **Projekt** angelegt.

Wenn Sie IN DUBIO PRO GEO in mehreren Tabs desselben Browserfensters öffnen, wird in allen diesen Tabs **dasselbe Projekt** bearbeitet! Das könnte unerwünscht sein.

Bitte beachten Sie:

⚠Wenn Sie ein Projekt laden oder hochladen, werden alle aktuellen Eingaben überschrieben!

⚠Es werden nur die Daten gespeichert oder heruntergeladen, die Sie zuvor schon an den Server geschickt haben. Wenn Sie auf der aktuellen Seite gerade Eingaben machen und auf klicken, werden diese Eingaben nicht gespeichert oder heruntergeladen.

⚠Nach 24 min **Inaktivität** des Nutzers wird die Sitzung durch den Server automatisch beendet. Der Arbeitsspeicher wird dann automatisch gelöscht. Aber wenn Sie das Projekt gespeichert oder heruntergeladen haben, können Sie es wiederherstellen.

Projekt auf dem IN DUBIO PRO GEO Server speichern

Wenn Sie eine Sitzung beenden und die Arbeiten speichern wollen, klicken Sie auf das Symbol in der Navigationsleiste. IN DUBIO PRO GEO speichert das Projekt auf dem Server und gibt Ihnen einen Link aus, den Sie aufbewahren müssen, z.B. als Browser-Lesezeichen. Alternativ können Sie sich auch die fünfstellige ID merken. Wenn Sie das Projekt erneut speichern, wird die zuvor gespeicherte Version überschrieben.

⚠Der Link und die ID sind nur 30 Tage gültig. Der Zeitraum der Gültigkeit beginnt erneut, sobald das Projekt verändert und erneut gespeichert wurde.

Servergespeichertes Projekt laden und duplizieren

Wenn Sie Ihre Arbeit fortsetzen wollen, nutzen Sie den erhaltenen Link oder die erhaltene ID zum Laden des Projektes von jedem mit dem Internet verbundenen Gerät.

Wenn Sie ein geladenes oder bereits gespeichertes Projekt beim (erneuten) Speichern nicht überschreiben wollen, können Sie es duplizieren. Dem Projekt wird beim Speichern eine neue ID zugeordnet, das alte bleibt erhalten.

☰ Projekt herunterladen und hochladen

Alternativ zur Speicherung auf dem IN DUBIO PRO GEO Server kann das Projekt auch heruntergeladen und lokal gespeichert werden. Das ist allerdings nur möglich, wenn das Projekt nicht extrem viele Daten enthält, so dass die Größe der Projektdatei **90kB** nicht übersteigt. Andernfalls wird das Projekt dennoch auf dem Server gespeichert.

Die lokale Datei erhält den Namen **in-dubio-pro.geo** und kann beliebig umbenannt werden.

Mit ⇧Projekt laden kann das lokal gespeicherte Projekt wieder hochgeladen werden. Dazu wählen Sie die Projektdatei auf Ihrem lokalen Laufwerk aus.

⚠IN DUBIO PRO GEO wird ständig weiter entwickelt. Es gibt leider keine Garantie, dass die Projektdatei mit zukünftigen Versionen von IN DUBIO PRO GEO noch voll kompatibel sein wird. Es könnte sein, dass einige Daten nicht mehr nutzbar sind. Für den Fall der Fälle: Problembericht

☰ Vorgefertigte Projekte

IN DUBIO PRO GEO stellt eine Reihe vorgefertigter Projekte bereit:

- das Vorlageprojekt für HTW (kann nur geladen werden, wenn Sie mit dem HTW-Campus-Netz verbunden sind)
- die Beispielprojekte aus Ebene Geodätische Berechnungen (2018)
- die Beispielprojekte aus Fehler- und Kovarianzfortpflanzung (2016)

Diese Projekte sind schreibgeschützt. Sie werden beim Laden automatisch dupliziert. Auch hier werden alle aktuellen Eingaben überschrieben.

☰ Projekt löschen

Zum Löschen eines Projektes im Arbeitsspeicher klicken Sie auf das 🗑 Symbol in der Navigationsleiste. Alle Eingaben werden verworfen. Alle Einstellungen werden auf den Standard zurückgesetzt. Falls vorhanden: Die letzte auf dem Server gespeicherte Version des Projekts bleibt erhalten. ⚠Das Löschen kann nicht rückgängig gemacht werden.

☰ Auch interessant

X

⇩Speichern	Einstellungen	✗ Projekt löschen
Zeitleiste	Erste Schritte	Projekt duplizieren
⇧Projekt laden	Problembericht	IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Koordinatenlisten

Seiteninhalt

x

Koordinatenlisten sind Listen von Koordinatensätzen, eine spezielle Form von tabellarischen Datensätzen. Bearbeiten, filtern, sortieren und speichern Sie Koordinatenlisten für die spätere Verwendung in den Berechnungen.

x

☰ Einführung

Zur Zeit werden Koordinatenlisten von folgenden Rechenwerkzeugen benutzt:

XY Konvexe Hülle finden	Meridiankonvergenz	Transf. über identische Punkte
Ebene Polygone	Gittermaßstabsfaktoren	Ausgleichende Flächen
Koordinatenumwandlung	Räumliche Polygone	Polygonzüge
Ellipsoidische Polygone	Transf. über Parameter	Universalrechner

Außerdem kann man solche Listen erzeugen mit

XY Rasterpunkte erzeugen	Satellitenbahnen	Geodätische Linien

☰ Allgemeiner Aufbau eines Koordinatensatzes

In jeder nicht-leeren Zeile einer Koordinatenliste wird ein Punkt definiert. Jede Zeile besteht aus drei bis fünf durch Tabulator, Leerzeichen oder Semikolon (Spaltentrennzeichen) getrennten Feldern:

- einen **Punktname**
  - eine Zeichenkette beliebiger Länge (⇓überlange Punktnamen)
  - beginnt mit einem Buchstaben oder einer Ziffer.
  - Klein- und Großschreibung wird unterschieden.
  - Sonderzeichen einschließlich deutsche Umlaute sind erlaubt, jedoch keine generell verbotenen Zeichen .
- eventuell einen **Code**
  - eine Zeichenkette beliebiger Länge
  - enthält keine generell verbotenen Zeichen
  - wird zur Zeit nur für Satellitenbahnen benutzt
- zwei oder drei **Koordinaten**
  - numerische Werte oder arithmetische Ausdrücke, siehe Eingabefelder

    - Nicht als solche interpretierbare Werte erzeugen eine Warnung und werden ignoriert.
- sowie weitere Spalten, die ignoriert werden.

Arbeit mit Koordinatenlisten

Die **Reihenfolge der Zeilen** in einer Koordinatenliste ist beliebig, außer bei Polygonberechnungen und beim Linienmaßstabsfaktor, wo die Reihenfolge das Polygon definiert.

- In einer Liste können Punkte mit **zwei und drei** Koordinaten gemischt werden. Das ist sinnvoll, wenn für einige Punkte Höhen bekannt sind, für andere (sogenannte Lagepunkte) nicht.
- Hat ein Punkt zwei Koordinaten und drei werden in der Berechnung verlangt, dann wird mit einer Fehlermeldung abgebrochen.
- Hat ein Punkt drei Koordinaten und zwei werden in der Berechnung verlangt, dann wird eine Warnung erzeugt und die dritte Koordinate wird ignoriert.
- Alles, was nach einer dritten Koordinate auf einer Zeile folgt, wird ignoriert.

Jede Koordinatenliste benötigt einen **Koordinatensystemnamen**, das ist eine beliebige Zeichenkette der Länge ≤ 18 Zeichen, einen **Koordinatensystemtyp** und ein **Spaltenformat**.

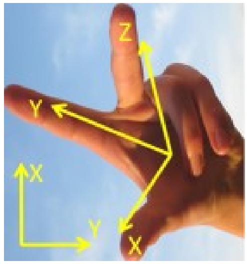
Koordinatensystemtyp

Folgende Typen werden unterschieden:

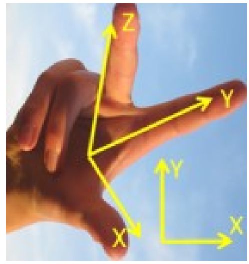
Systemtyp	Was ist das?	nicht verfügbar in
XYZ oder YXZ linkshändig	kartesisches Linkssystem, z.B. topozentrisches Horizontsystem	Ellipsoidische Polygone Meridiankonvergenz Gittermaßstabsfaktoren Koordinatenumwandlung Satellitenbahnen
XYZ oder YXZ rechtshändig	kartesisches Rechtssystem, z.B. geozentrisches kartesisches System oder mathematisches System	Ellipsoidische Polygone Meridiankonvergenz Gittermaßstabsfaktoren
Nordwert Ostwert Höhe oder Ostwert Nordwert Höhe	Gittersystem, z.B. UTM oder Gauß-Krüger, auch als "Rechts- und Hochwert" bezeichnet, bezogen auf das „Referenzellipsoid" und weitere Parameter gewählt unter Einstellungen	Ausgleichende Flächen Ellipsoidische Polygone Satellitenbahnen
Länge Breite Höhe oder Breite Länge Höhe	ellipsoidisches (oder sphärisches) geozentrisches System bezogen auf das „Referenzellipsoid" und die „Einheit Länge/Breite" gewählt unter Einstellungen	Ebene Polygone Räumliche Polygone Transf. über identische Punkte Transf. über Parameter Ausgleichende Flächen Satellitenbahnen Polygonzüge Universalrechner

Folgendes ist zu beachten:

- XYZ und YXZ usw. unterscheiden sich nur in der Reihenfolge der Angabe der Koordinaten. Die Daumen-Achse ist in beiden Fällen X bzw. Nord, die Zeigefinger-Achse Y bzw. Ost und die Mittelfinger-Achse Z bzw. Höhe. Gittersysteme wie UTM oder Gauss-Krüger sind folglich immer Linkssysteme, egal welche Koordinate in der Eingabetabelle zuerst angegeben wird.



Linkssystem



Rechtssystem

- Bei ebenen Berechnungen wird die dritte Koordinate (Z oder Höhe) ignoriert.
- Richtungswinkel (Azimute) t zählen von der X- bzw. Nordachse (Null) zur Y- bzw. Ostachse `(π/2 = 90° = 100 gon)`.

☰ Spaltenformat und automatische Punktbenennung

Folgende Formate werden unterschieden:

Punktname Koordinaten

Beispiel:

```
P1 23.06 16.10 17.11
Q2 14.02 19.63 17.05
007 63.3 44 //Lagepunkt
```

Punktname Code Koordinaten

Beispiel:

```
P1 Code1 23.06 16.10 17.11
Q2 Code1 14.02 19.63 17.05
007 Code2 63.3 44 //Lagepunkt
//Code wird z.Z. ignoriert
```

Koordinaten

Beispiel:

```
23.06 16.10 17.11
14.02 19.63 17.05
63.3 44 //Lagepunkt
//Punkte werden
//automatisch benannt
```

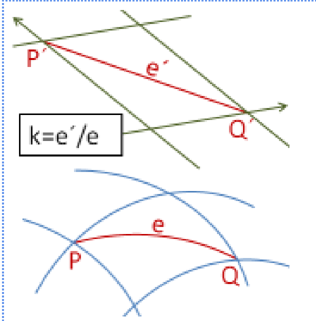
Alle drei Listen sind identisch, nur bei der letzten werden die Punkte automatisch benannt. Standard für die automatische Benennung von Punkten ist `1,2,3,…` Andere Optionen können über die ⚙Einstellungen festgelegt werden. Beachten Sie hierzu die folgenden **Beispiele**:

Startname	Schrittweite	automatische Punktnamen
1 (Standard)	1 (Standard)	1, 2, 3, …
10	100	10, 110, 210, …
10	-100	10, -90, -190, …
abc10	100	abc10, abc110, abc210, …
abc10	-100	abc10, abc-90, abc-190, …
abc	100	abc0, abc100, abc200, …

☰ Koordinatenmaßstabsfaktor bei Gittersystemen

Gittersysteme (Systemtyp: Nordwert Ostwert Höhe oder Ostwert Nordwert Höhe) basieren auf einer lokalen Verebnung des gekrümmten Rotationsellipsoids mittels Gaußscher Abbildung (= Transversale Mercator-Abbildung auf dem Ellipsoid). Wegen der unvermeidbaren Verzerrungen stimmt die Gitterkoordinateneinheit nicht mit der metrischen ?Längeneinheit überein. Resultierend aus der Winkeltreue der Gaußschen Abbildung ist der **Gittermaßstabsfaktor** k lokal etwa konstant und wird automatisch wie folgt berechnet:

Es gilt $k > 1$, wenn Gitterdistanzen (=Kartendistanzen) e' länger sind, als Bodendistanzen (=Naturdistanzen) e , und $k < 1$, wenn dies umgekehrt ist.



Gittermaßstabsfaktor k , Bodendistanzen e , Gitterdistanz e'

$$k=k_o\cdot\frac{(\overline{E}-E_o)^2-2\overline{h}R}{2R^2}$$

$\overline{E}$ = mittlerer Ostwert im Punktgebiet

$\overline{h}$ = mittlere ellips. Höhe im Punktgebiet

E_o = falscher Ostwert

k_o = Maßstabsfaktor am Zentralmeridian

R = Radius der Gaußschen Schmiegungskugel

⚠Die korrekte Berechnung und Berücksichtigung von k setzt voraus, dass die Einstellungen für die Koordinatensystemparameter korrekt sind. Vorsicht ist geboten, wenn Sie mit **gekürzten** Koordinaten arbeiten. Die Einstellungen falscher Ostwert und falscher Nordwert müssen dann um denselben Betrag geändert werden! Siehe hierzu auch das nachfolgende ⇓Beispiel.

Die mittlere Höhe $\overline{h}$ wird nur aus den Punkten berechnet, für die Höhen angegeben sind.

Sie wird mit 0.000 angenommen, wenn keinerlei Höhen gegeben sind, wobei eine Warnung erfolgt.

Sind die Punkte über ein sehr großes Gebiet verteilt, so ist die Maßstabsberechnung ungenau. Das passiert normalerweise vor allem bei großer Ost-West-Ausdehnung oder vertikaler Ausdehnung des Gebietes. Wenn möglich, sollte man in diesem Fall die Liste ⇓filtern, so dass Punkte außerhalb des interessierenden Gebiets abgeschnitten werden. In den Einstellungen kann vereinbart werden, auf wieviele Ziffern k im Punktgebiet übereinstimmen muss, damit eine Berechnung erfolgt. Standard ist 3 Nachkommastellen. Dann würde z.B. $min(k)=0.999267, max(k)=0.999783$ eine Berechnung erlauben, andernfalls erhält man eine Fehlermeldung. Eingestellt sind zur Zeit **3** Nachkommastellen.

⚠Bei Berechnungen mit Gitterkoordinaten wird vorausgesetzt, dass alle anderen metrischen Werte und Maßstäbe **nicht** mit dem Gittermaßstab behaftet sind. Das sind folgende Größen:

Rechenwerkzeug	**nicht mit dem Gittermaßstab behaftet**
XY Rasterpunkte erzeugen	Rasterweiten und Kantenlängen
Ebene Polygone Räumliche Polygone	Seitenlängen, Polygonumfang, Flächeninhalt, Radien von Kreisen

Transf. über Parameter	Translationsparameter, Transformationmaßstäbe
Transf. über identische Punkte	
Ausgleichende Flächen	Radius der ausgleichenden Kugel, Halbachsen des ausgleichenden Ellipsoids und Hyperboloids etc.
Universalrechner	Horizontal- und Schrägdistanzen

Möchten Sie dennoch solche Daten im Gittermaßstab eingeben, hilft folgender Trick: Messwertlisten mit Distanzen etc. im Gittermaßstab.

Beispiel: GPS-Referenzpunkt der HTW Dresden

GPS-Referenzpunkt der HTW Dresden

Die stellt einen Referenzpunkt zur Überprüfung Ihres mobilen Navigationsgeräts zur Verfügung. Im World Geodetic System 1984 mit ellipsoidischer Höhe **H** hat der Punkt folgende Koordinaten:

λ = 13.734806°, φ = 51.033778°, h = 160.5
oder λ = 13°44'.0884, φ = 51°2'.0267, h = 160.5
oder λ = 13°44'5".304, φ = 51°2'1".602, h = 160.5
oder E = 33U 411287.9 m, N = 5654342.8 m, h = 160.5

Wir geben nachfolgend verschiedene **äquivalente Schreibweisen** für die Koordinaten dieses Punktes. Alternative Schreibweisen für Länge und Breite erläutert Maßeinheiten . In dieser Tabelle ist das gewählte Ausgabedezimaltrennzeichen nicht wirksam.

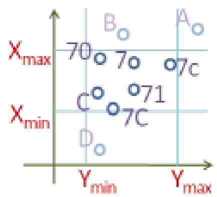
Einstellungen	Schreibweise der Koordinaten	Bemerkung
Systemtyp **Länge Breite Höhe** , Einheit der Länge/Breite **Grad** , Spaltenformat **Punkt Koordinaten**	HTW-Referenzpunkt 13.734806 51.033778 160.5	
und nun mit Spaltenformat **Punkt Code Koordinaten**	HTW-Referenzpunkt Pfeiler 13.734806 51.033778 160.5	
und nun mit Spaltentrennzeichen **Semikolon**	HTW-Referenzpunkt;Pfeiler; 13.734806;51.033778;160.5	
und nun mit Spaltenformat **Koordinaten**	13,734806 51,033778 160.5	Eingabe wahlweise mit **Dezimalkomma**
und nun mit Einheit Länge/Breite **GradMin**	13.440884 51.020267 160.5	Format **ggg.mmddddd**
und nun mit Einheit Länge/Breite **GradMinSek**	13.4405304 51.0201602 160.5	Format **ggg.mmssddd**
und nun ohne Höhenangabe	13.4405304 51.0201602	nicht in allen Rechen- werkzeugen möglich
und nun mit alternativer Schreibweise für Winkel	13.44'05.304" 51°02'01.602'	Maßeinheiten

und nun mit Systemtyp **Breite Länge Höhe**	51.0201602 13.4405304 160.5 m	Was nach der dritten Koordinate auf der Zeile folgt, wird ignoriert (hier „m“)
und nun mit Systemtyp **Ostwert Nordwert Höhe**	411287.9 5654342.8 160.5 m	
und nun mit Systemtyp **Nordwert Ostwert Höhe**	5654342.8 411287,9 160,5	Eingabe wahlweise mit **Dezimalkomma**
und nun mit dem Ostwert vorangestellter **Zonennummer**	5654342.8 33411287.9 160.5	Beim Ostwert werden nur 6 Ziffern vor dem Dezimaltrennzeichen ausgewertet.
und nun mit dem Ostwert vorangestellter letzter Ziffer der **Zonennummer**	5654342.8 3411287.9 160.5	
und nun mit gekürzten Koordinaten	54342.8 11287.9 160.5	Verwenden Sie falscher Nordwert=-5600000 und falscher Ostwert= -400000
und nun ohne Höhenangabe	54342.8 11287.9	nicht in allen Rechen- werkzeugen möglich
und nun mit Systemtyp **X Y Z rechtshändig**	3904281.170 954274.291 4936033.017	
und nun mit Systemtyp **Y X Z rechtshändig**	954274.291 3904281.170 4936033.017	

Koordinatenlisten filtern, speichern und laden

Koordinatenlisten können

- direkt für jede Berechnung eingegeben oder einmal gespeichert und bei Bedarf **geladen** werden.
- **gespeichert** werden, als Ergebnis von Berechnungen. Sollte eine Liste schon existieren, wird sie überschrieben.
- **gefiltert** werden, indem Grenzen für Punktnamen und Koordinaten angegeben werden. Es werden dann nur die Punkte gespeichert, die innerhalb dieser Grenzen liegen.
- **sortiert** werden nach Punktnamen oder Koordinaten.



Filtern und sortieren: Aufsteigend sortieren nach X ergibt 7C C 71 7c 7 70. Aufsteigend sortieren nach Punktname ergibt 7 7C 7c 70 71 C.

Das Filtern und Sortieren ändert nicht die Zeilen einer Koordinatenliste, sondern nur deren Anzahl und Reihenfolge.

Zwei gespeicherte Koordinatenlisten können gleichzeitig verwaltet werden. Beim Filtern und Sortieren nach Punktnamen erfolgt der Vergleich lexikographisch, das bedeutet, dass z.B. 1610 zwischen 10 und 20 liegt. Groß- und Kleinschreibung wird unterschieden. Der Vergleich von Koordinaten erfolgt selbstverständlich numerisch. Das Filtern und Sortieren kann rückgängig gemacht werden.

Trick: Mehr Dezimalziffern und überlange Punktnamen in Koordinatenlisten

Sollten in den Koordinatenlisten der berechneten Punkte für Sie nicht genügend Dezimalziffern angezeigt werden, wird empfohlen, diese Listen in einen neuen Browser-Tab oder in eine neue Liste zu landen. Sie sehen dann mehr Dezimalziffern.

⚠ Beim Speichern einer Liste werden eventuell zuvor schon gespeicherte Listen überschrieben. Aber zum Ansehen der Liste in der Eingabemaske ist das nicht nötig.

Falls Sie überlange Punktnamen verwenden, werden diese in Tabellen abgeschnitten, meist auf 12, manchmal auch 9 führende Zeichen. Sie erhalten eine Warnung. Um die Punktnamen in voller Länge zu sehen, kann derselbe Trick angewendet werden.

Siehe ⇑Koordinatenlisten filtern, speichern und laden.

Auch interessant

X

Messwertlisten
Räumliche Polygone
Ellipsoidische Polygone
Ebene Polygone
Konvexe Hülle finden
Koordinatenliste 1 bearbeiten
Ebene Polygone
Rasterpunkte erzeugen
Koordinatenliste 2 bearbeiten

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Messwertlisten

Seiteninhalt

x

Messwertlisten sind Listen von Messwertsätzen, eine spezielle Form von tabellarischen Datensätzen. Messwerte sind verschiedenste Winkel, Distanzen, Höhen(differenzen) und vieles mehr. x

☰ Einführung

Zur Zeit werden Messwertlisten von folgenden Rechenwerkzeugen benutzt:

Höhennetze
Satzmessungen
Standpunktzentrierung
Polygonzüge
Universalrechner

☰ Allgemeiner Aufbau eines Messwertsatzes

Jeder IN DUBIO PRO GEO Messwertsatz besteht aus

- einem oder zwei **Punktnamen**, jeder von ihnen
  - ist eine Zeichenkette beliebiger Länge und
  - beginnt mit einem Buchstaben oder einer Ziffer.
  - Klein- und Großschreibung wird unterschieden.
  - Sonderzeichen einschließlich deutsche Umlaute sind erlaubt, jedoch keine generell verbotenen Zeichen , kein Semikolon oder Leerzeichen (Spaltentrennzeichen)
- bis zu fünf **Messwerte** in einer benutzerdefinierten Reihenfolge
  - numerische Werte oder arithmetische Ausdrücke, siehe Eingabefelder
  - Nicht-arithmetische Ausdrücke erzeugen eine Warnung und werden ignoriert.
- gefolgt von weiteren **nicht benutzten Einträgen**, z.B. für Codes, die genauso wie Kommentare ignoriert werden.

Leerzeilen und reine Kommentarzeilen werden ignoriert.

☰ Messwertlisten für „Polygonzüge“ und „Universalrechner“

(siehe Polygonzüge / Polygonzüge / Universalrechner / Universalrechner)

- beginnen mit einer **Standpunktzeile** (ein Standpunktname, gefolgt von maximal vier standpunktbezogenen Messwerten)
- gefolgt von beliebig vielen **Zielpunktzeilen** (Zielpunktname, gefolgt von zielpunktbezogenen Messwerten).
- Sollen weitere Standpunktaufstellungen folgen, so wird nun eine **Trennzeile** eingefügt. Diese muss als erstes druckbares Zeichen ein Sonderzeichen (nicht Ziffer oder Buchstabe) außer ";" oder "/" enthalten, kann also keine Leerzeile sein. Eine Trennzeile darf auch nicht mit einer Zahl beginnen. Der Inhalt der Trennzeile wird ignoriert. Mehrere aufeinanderfolgende Trennzeilen wirken wie eine Trennzeile.
- Nun können eine weitere Standpunktzeile, danach weitere Zielpunktzeilen, ggf. eine weitere Trennzeile usw. folgen.

Die Reihenfolge der Standpunkte in der Messwertliste und die Reihenfolge der Zielpunktzeilen, die zu einem Standpunkt gehören, ist beliebig. Das gilt sogar für Polygonzüge.

Auf jedem Standpunkt kann es mehrere Standpunktaufstellungen geben, so dass dieser mehrmals als Standpunkt auftritt. Bei Polygonzüge wird nur die erste Standpunktaufstellungen auf einem Standpunkt benutzt, was durch eine Warnung angezeigt wird.

Jeder Zielpunkt kann von jeder Standpunktaufstellung mehrmals gemessen worden sein, normalerweise bei sogenannten Satzmessungen. In diesem Fall wird die Auswertung jeder Standpunktaufstellung einzeln mit Satzmessungen empfohlen, wobei zusammen mit der Bestimmung der Instrumentenfehler Satzmittel und Standardabweichungen berechnet werden.

Messwertlisten bei „Satzmessungen" und „Standpunktzentrierung"

(siehe Satzmessungen / Satzmessungen / Standpunktzentrierung / Standpunktzentrierung)

sind prinzipiell ähnlich aufgebaut, wie beim ⇑Universalrechner, aber bestehen nur aus Zielpunktzeilen, die zum selben Standpunkt gehören. Es gibt nur einen Standpunkt. Die Reihenfolge aller Zeilen ist beliebig.

Messwertlisten für „Höhennetze"

(siehe Höhennetze / Höhennetze)

Jeder Datensatz enthält die Daten einer Netzlinie. Alle Zeilen beginnen mit zwei Punktnamen: Anfangs- und Endpunkt der Netzlinie, danach folgen bis zu fünf Messwerte und/oder Genauigkeitsmaße. Die Reihenfolge aller Zeilen ist beliebig.

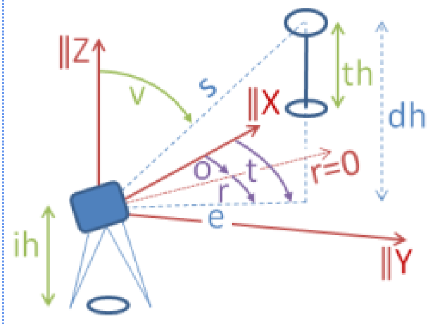
Größen in den Standpunktzeilen können sein:

Orientierungswinkel o
: gibt den ⇓ Richtungswinkel (Azimut) von Horizontalteilkreisnull der Station an.

Instrumentenhöhe ih
: gibt die Höhe der Tachymeterkippachse über der Standpunktvermarkung an (normalerweise Null, wenn der Standpunkt unvermarkt ist)

Ausfallzielhöhe th
: ersetzt alle fehlenden Zielhöhen dieser Messwertliste (Ausfallwert)

☰ Größen in den Zielpunktzeilen können sein:



Koordinaten und polare Messwerte

Horizontalrichtung *r*
: ist der Winkel zwischen Horizontalteilkreisnull der Station und dem Zielpunkt, gemessen in der Horizontalebene der Station (Horizontalwinkel). Bei fehlendem zugehörigen Zenitwinkel wird die Fernrohrlage 1 angenommen.

Richtungswinkel (Azimut) *t*
: ist der Horizontalwinkel zwischen Gitternord und dem Zielpunkt

Horizontaldistanz *e* oder Schrägdistanz *s*
: Null oder negative Werte werden als nicht gemessen angesehen und ignoriert, wobei eine Warnung erfolgt. Wir empfehlen jedoch, fehlende Distanzen wegzulassen, entweder durch leere Elemente "; ;" im Messwertsatz oder dadurch, dass Distanzen am Ende der Zielpunktzeile geführt werden und dann fehlen, wo diese nicht gemessen sind.

Zenitwinkel *v*
: ist der Winkel zwischen dem Zenit und dem Zielpunkt. Höhenwinkel werden im Moment noch nicht unterstützt.

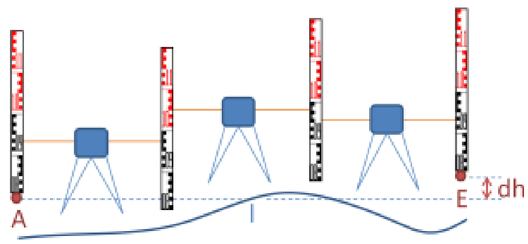
Zielhöhe *th*
: gibt die Höhe des Reflexionspunktes bzw. anvisierten Punktes über der Zielpunktvermarkung an (normalerweise Null, wenn der Zielpunkt unvermarkt ist)

Höhendifferenz *dh*
: gibt die Höhe des Reflexionspunktes bzw. anvisierten Punktes über der Tachymeterkippachse an (negativ, wenn die Kippachse höher ist)

Richtungen und Winkel sind orientiert von der X- oder Nord-Achse zur Y- oder Ostachse, also beim linkshändigen System von oben gesehen im Uhrzeigersinn (⇑ Abbildung).

☰ Größen bei Höhennetzlinien können sein:

speziell für Nivellementnetze



Nivellierte Netzlinie AE

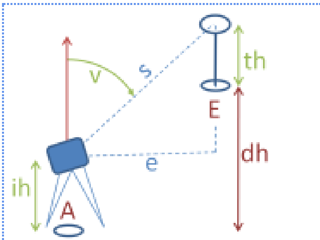
Höhendifferenz *dh* (erforderlich)
: ist die Differenz zwischen End- und Anfangspunkthöhe. Wenn es vom Anfangs- zum Endpunkt der Netzlinie bergauf geht, werden Höhendifferenzen positiv angegeben, sonst negativ.

Nivellementlinienlänge *l* (optional)
: gibt näherungsweise die Länge einer Netzlinie an und kann zur Festlegung von Gewichten verwendet werden. Die Werte dürfen nicht negativ sein.

speziell für trigonometrische Höhennetze

Zenitwinkel *v*
Horizontaldistanz *e* oder Schrägdistanz *s*
Instrumentenhöhe *ih*
Zielhöhe *th*
: haben dieselbe Bedeutung wie in den Stand- und Zielpunktzeilen.

Alle Werte sind immer erforderlich. Fehlende Werte ih, th werden ggf. durch den Ausfallwert aufgefüllt.



Trigonometrische Netzlinie AE

für beide Netzarten

Standardabweichung (a priori) σ_{dh} oder Gewicht p_{dh} der Höhendifferenz

> werden in der Ausgleichung für das stochastische Modell genutzt. Nur einer von beiden Werten darf vorkommen. Die Werte dürfen nicht negativ sein. Ein Ausfallwert füllt alle fehlenden Werte in dieser Spalte auf oder alle Werte, wenn die Spalte fehlt. Andernfalls wird ein fehlendes Genauigkeitsmaß als Standardabweichung Null angenommen, was bedeutet, dass die Höhendifferenz in die Ausgleichung als Zwangsbedingung wirkt.
>
> ⚠ Diese Werte beziehen sich auch für trigonometrische Höhenetze auf die auszugleichenden Höhendifferenzen $dh = s \cdot cot(v) + ih - th$, schließen also ggf. Messabweichungen in Instrumenten- und Zielhöhen ein.

Einheiten

Für alle Winkelgrößen o, r, t, v verwenden Sie die gewählte Winkeleinheit.

Alle anderen Größen e, s, dh, l, ih, th werden immer in der natürlichen Längeneinheit erwartet, also darf bei einem Gittersystem kein Gittermaßstab vorweg berücksichtigt worden sein.
Ausnahme: Nivellementlinienlängen l können eine abweichende Längeneinheit haben, also z.B. Kilometer, während die anderen Größen in Meter gegeben sind. Außerdem spielt hier ein Gittermaßstab keine Rolle.

Trick: Messwertlisten mit Distanzen etc. im Gittermaßstab

Oft berechnet der Universalrechner nur polare Werte zwischen Punkten, zwischen denen gemessen wurde (Stand- und Zielpunkte in einer Aufstellung). Mehr Ergebnisse erhält man manchmal, wenn man bei einzelnen Standpunkten noch blinde Zielpunkte ohne Messwerte hinzufügt. Möchte man z.B. die Horizontaldistanz zwischen zwei bekannten oder berechneten Punkten erhalten, gibt man diese irgendwo als Stand- und Zielpunkte ohne Messwerte an. Von diesem Wert würde auch in weiteren Rechnungen Gebrauch gemacht, wenn er irgendwo nützlich ist. Finden Sie einen solchen Fall im Beispiel: Polarwerte aus kartesischen Koordinaten berechnen.

Fehlende Messwerte

Messwerte können beliebig fehlen, auch können alle Messwerte fehlen und nur Punktnamen angegeben sein. ⚠Fehlende Messwerte gelten immer als unbekannt, also auch fehlende Instrumenten- und Zielhöhen! Im Einzelfall kann ein Ausfallwert spezifiziert werden.

Auch interessant

X

Höhennetze	Satzmessungen	Universalrechner
Polygonzüge	Satzmessungen	Koordinatenlisten
Polygonzüge	Universalrechner	Standpunktzentrierung

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Rasterpunkte erzeugen

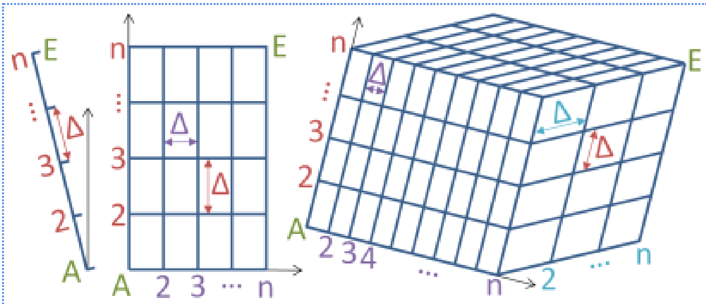
Seiteninhalt

X

Gleichabständige Punkte auf einer Linie (1D), einem Rechteck-Raster (2D) oder Quader-Raster (3D) werden erzeugt und können mit anderen Rechenwerkzeugen weiter verarbeitet (z.B. gedreht) werden. X

☰ Einführung

Mit "Raster" bezeichnen wir eine Menge regelmäßig angeordneter Punkte. Wir vermeiden hier den Begriff "Gitter", weil dieser in der Geodäsie für ein Gittersystem verwendet wird.



1D-Raster (links), 2D-Raster (Mitte) und 3D-Raster (rechts)

Raster	Eigenschaft
Linie (1D)	Auf der Verbindungslinie AE werden gleichabständige Zwischenpunkte erzeugt. Die Linie kann beliebig schräg im Raum verlaufen. ⇓Mehr erfahren.
Rechteck (2D)	Im von A und E aufgespannten achsparallelen horizontalen Rechteck werden in beiden Achsrichtungen gleichabständige Zwischenpunkte erzeugt. Falls beide Punkte A und E Höhen oder Z-Koordinaten haben, müssen diese gleich sein. Falls ein Punkt A oder E nur zwei Koordinaten hat, erhalten alle Rasterpunkte die dritte Koordinate des anderen Punktes. Falls beide Punkte A und E nur zwei Koordinaten haben, erhalten alle Rasterpunkte ebenso nur zwei Koordinaten. ⇓Mehr erfahren.
Quader (3D)	Im von A und E aufgespannten achsparallelen Quader werden in allen drei Achsrichtungen gleichabständige Zwischenpunkte erzeugt. Falls ein Punkt A oder E nur zwei Koordinaten hat, wird nur ein 2D-Raster berechnet. ⇓Mehr erfahren.

⚠ Nur bei kartesischen Koordinaten (XYZ) liegen die Rasterpunkte räumlich gesehen immer auf Geraden und sind im euklidischen Sinne gleichabständig. Sonst ist diese Eigenschaft nur nach Abbildung in die Koordinatenebene gegeben. Z.B. bei ellipsoidischen

Koordinaten (Breite, Länge) liegen diese auf Meridianen oder Parallelkreisen oder auf der Loxodrome. Exakte Gleichabständigkeit wird hier nur in der Rektangularprojektion erreicht. Siehe hierzu ⇑ Koordinatensystemtyp und ⇓Beispiel: Loxodrome von Dresden (Sachsen) nach Dresden (Ontario).

Eingabegrößen

Für jede Raumrichtung werden in beliebiger Reihenfolge drei Eingabegrößen verlangt. Folgende fünf Größen stehen zur Wahl:

- Koordinate von A = erste Begrenzung des Rasters
- Koordinate von E = zweite Begrenzung des Rasters
- Punktanzahl n in Achsrichtung, ganzzahlig positiv
- Rasterweite Δ in Achsrichtung, positiv oder negativ
- Kantenlänge $l=(n-1)\times\Delta$, positiv, negativ oder Null

Eine gegebene Kantenlänge muss immer mit genau einer Koordinate von A oder E kombiniert werden. Bei negativer Kantenlänge durchlaufen die Rasterpunkte die zugehörige Achse in entgegengesetzter Richtung, beginnen also mit der größten Koordinate.

Punktanzahlen und Rasterweiten sollten nicht Null sein, sonst wirken sie wie eine fehlende Eingabe.

Beispiel: Das Raster mit den Koordinaten $X=11;21;31;41$ kann auf folgende Weisen definiert werden:

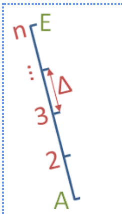
$XA=11;\ XE=41;\ n=4$	$XA=11;\ n=4;\ l=30$	$XA=41;\ XE=11;\ n=4$	$XA=41;\ n=4;\ l=-30$
$XA=11;\ XE=41;\ \Delta=10$	$XE=41;\ n=4;\ l=30$	$XA=41;\ XE=11;\ \Delta=-10$	$XE=11;\ n=4;\ l=-30$
$XA=11;\ n=4;\ \Delta=10$	$XA=11;\ \Delta=10;\ l=30$	$XA=41;\ n=4;\ \Delta=-10$	$XA=41;\ \Delta=-10;\ l=-30$
$XE=41;\ n=4;\ \Delta=10$	$XE=41;\ \Delta=10;\ l=30$	$XE=11;\ n=4;\ \Delta=-10$	$XE=11;\ \Delta=-10;\ l=-30$
Ergebnis: $X=11;21;31;41$		Ergebnis: $X=41;31;21;11$	

Wenn die Kantenlänge kein ganzzahliges Vielfaches der Rasterweite ist, wird die Rasterweite angepasst. So erhält man das Beispiel-Raster auch mit $XA=11;\ XE=41;\ \Delta=9$ oder $XE=41;\ \Delta=9;\ l=30$.

Trick: Rasterweite und Kantenlänge im Gittermaßstab

⚠ Auch beim Gittersystem haben Rasterweite und Kantenlänge den metrischen Maßstab, sind also **nicht** mit dem Gittermaßstabsfaktor behaftet. Wenn das unerwünscht ist, deklarieren Sie bitte das System vorübergehend als kartesisches System XYZ oder YXZ. Siehe auch Messwertlisten mit Distanzen etc. im Gittermaßstab .

1D-Raster



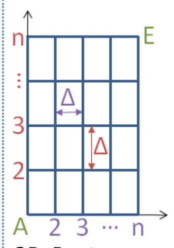
1D-Raster

Die Rasterpunkte sind **gleichabständige Punkte auf dem Geradenstück AE**, die schräg im Raum verlaufen kann. Hier müssen die Eingabegrößen immer A- und E-Koordinaten sowie entweder die Punktanzahl n oder die Rasterweite Δ sein. Die ersten beiden Spalten der Eingabewerte müssen vollständig ausgefüllt sein, wobei die zweite Punktanzahl $n=1$ oder die Rasterweite $\Delta=0$ gesetzt wird.

- Ist die letzte Spalte leer, erhalten alle Rasterpunkte nur zwei Koordinaten (2D-Punkte).
- Enthält die letzte Spalte eine Koordinate, wird diese für alle Rasterpunkte übernommen (3D-Punkte).
- Enthält die letzte Spalte zwei Koordinaten, werden Rasterpunkte auf der schrägen Linie AE berechnet (3D-Punkte).

Die Rasterweite ist der Abstand benachbarter Punkte. Bei ellipsoidischen Systemen wird die Höhe, soweit vorhanden, nicht in die Abstandsberechnung einbezogen. Siehe ⇓Beispiel: Loxodrome von Dresden (Sachsen) nach Dresden (Ontario).

2D-Raster



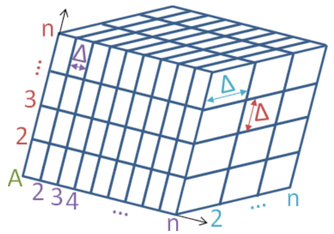
2D-Raster

Die Rasterpunkte liegen auf den Schnittpunkten gleichabständiger Koordinatenlinien, bilden also ein **achsparalleles Rechteck-Raster**. Die ersten beiden Spalten der Eingabewerte müssen vollständig ausgefüllt sein.

- Ist die letzte Spalte leer, erhalten alle Rasterpunkte nur zwei Koordinaten (2D-Punkte).
- Enthält die letzte Spalte eine Koordinate, wird diese für alle Rasterpunkte übernommen (3D-Punkte).
- Enthält die letzte Spalte zwei Koordinaten, müssen diese übereinstimmen. Das Ergebnis ist dasselbe wie zuvor.

Das 2D-Raster kann nach seiner Erzeugung ⇓gedreht werden. Für andere Transformationen können Sie die Rasterpunkte in Transf. über Parameter laden. Siehe ⇓ Beispiel: 2D-Raster für den Großen Garten Dresden.

3D-Raster



3D-Raster

Die Rasterpunkte liegen auf den Schnittpunkten gleichabständiger Koordinatenebenen, bilden also ein **achsparalleles Quader-Raster**. Alle neun Eingabewerte müssen vollständig angegeben werden. Auf der Leinwand wird nur eine Rasterebene dargestellt (dritte Koordinate fest).

Sie können auch ein vertikales 2D-Raster erzeugen, nämlich als 3D-Raster mit der Punktanzahl $n=1$ für die erste und zweite Koordinate. Allerdings müssen dann diese Koordinaten von A und E gleich sein. Schließlich können Sie sogar ein vertikales 1D-Raster erzeugen, wenn die erste und zweite Punktanzahl gleich 1 ist und sich A und E nur in der dritten Koordinate unterscheiden. Dasselbe Raster erhält man als echtes 1D-Raster mit nur einer Punktanzahl oder Rasterweite aber einfacher.

Das 3D-Raster kann nach seiner Erzeugung um eine vertikale Achse ⇓gedreht werden. Für andere Transformationen können Sie die Rasterpunkte in Transf. über Parameter laden.

Rasterpunktliste

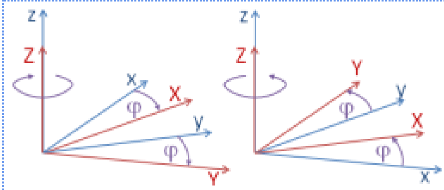
Der erste erzeugte Rasterpunkt ist der Punkt A und der letzte ist der Punkt E. Wenn Sie A und E vertauschen, erhalten Sie dieselben Rasterpunkte in umgekehrter Reihenfolge.

Die erzeugten Rasterpunkte werden zu einer Koordinatenliste zusammengestellt. Sie vergeben einen Systemnamen und legen einen Systemtyp fest. Das Spaltenformat ist immer "Koordinaten", so dass die erzeugten Rasterpunkte automatisch benannt werden. Rasterpunktlisten können gespeichert und mit anderen Rechenwerkzeugen weiter verarbeitet (z.B. gedreht) werden.

Drehen von Rasterpunkten

Dieses Drehen ist für ellipsoidische Koordinaten (Breite, Länge) nicht möglich. Andernfalls können sie wählen, ob Rasterpunkte **um eine vertikale Achse** (parallel zur z-Achse) gedreht werden sollen, und um welchen Punkt. Folgende stehen zur Auswahl:

- der Eckpunkt A = erster Punkt der Koordinatenliste
- der Eckpunkt E = letzter Punkt der Koordinatenliste
- der Schwerpunkt S aller Rasterpunkte
- der Koordinatensystemursprung O



Räumliches Linkssystem (links) und Rechtssystem (rechts), Rotation um z-Achse

Nach Erzeugen des achsparallelen Rasters oder 1D-Rasters geben Sie den Rotationswinkel zwischen `-π = -180° = -200 gon` und `π = 180° = 200 gon`. Die Winkeleinheit sollten Sie zuvor in den Einstellungen spezifiziert haben. Rotationen sind

- bei Linkssystemen positiv im Uhrzeigersinn,
- bei Rechtssystemen positiv gegen den Uhrzeigersinn

definiert. Der Blick ist hierfür entgegen der Rotationsachse gerichtet, also von oben.

Für andere Transformationen, z.B. Rotationen um andere Achsen oder Scherungen, können Sie die Rasterpunkte in Transf. über Parameter laden und dort beliebige Transformationsschritte und Parameter konfigurieren.

Beispiel: 2D-Raster für den Großen Garten Dresden

2D-Rasterpunkte für den Großen Garten Dresden

Der Große Garten Dresden hat einen etwa rechteckigen Grundriss mit den Seitenlängen `1900 m` und `950 m`. Der nördliche Eckpunkt hat die UTM-Koordinaten (Zone 33U) Ostwert = `412734 m` und Nordwert = `5655664 m`. Der Richtungswinkel der kurzen Seite beträgt `35 gon ≈ 31°`. Ein Raster mit der Rasterweite `190 m` soll berechnet werden.

Zunächst erzeugt man für den Gittersystemtyp `Ostwert Nordwert Höhe` ein achsparalleles 2D-Raster über einem Rechteck mit den Kantenlängen `1900 m; 950 m` und den Rasterweiten `190 m` in beiden Achsrichtungen. Damit das Raster im nördlichen Eckpunkt E endet, kann man die erste Kantenlänge und die erste Rasterweiten negativ angeben, so dass die erste Koordinate (Ost) entgegen der Achsrichtung durchlaufen wird. Nach dem Erzeugen entstehen `11×6=66` Rasterpunkte. Schließlich muss das Raster noch um `31°` um Punkt E gedreht werden.

Beispiel laden und "Erzeugen" klicken und danach "drehen" klicken

Beispiel: Loxodrome von Dresden (Sachsen) nach Dresden (Ontario)

Wir betrachten folgende Punkte in ellipsoidischen Koordinaten bezogen auf World Geodetic System 1984:

Punkt	ellip.Breite	ellip.Länge	Höhe
Dresden (Sachsen), Mittelpunkt des Zentralgebäudes der HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES	51.037512°	13.735186°	120 m
Dresden (Ontario), St. Andrews Presbyterian Church	42.590278°	-82.181667°	183 m

Zwischen diesen Punkten soll die Loxodrome über Zwischenpunkte realisiert werden. Als Abstand der Zwischenpunkte wählen wir 1°.

Beispiel laden und "Erzeugen" klicken

Aufgabe: Überzeugen Sie sich davon, dass die Punkte auf dem Ellipsoid keineswegs genau gleichabständig sind, indem Sie die erzeugten 97 Punkte in Ellipsoidische Polygone laden und als offenes Polygon auf dem Ellipsoid berechnen. Die Seitenlängen variieren zwischen `70826 m` und `82532 m`. Außerdem erkennen Sie, dass die Loxodrome nicht die kürzeste Verbindung zwischen den Punkten auf dem Ellipsoid ist, denn alle Polygonwinkel sind kleiner als `π = 180° = 200 gon`. Der kleinste Polygonwinkel ist der erste mit `199.12 gon = 179.21°`.

Aufgabe: Statt dessen haben wir gleichabständige Zwischenpunkte auf einer Geraden in Rektangularprojektion erzeugt. Um das zu beweisen, laden Sie die erzeugten Punkte in eine Koordinatenliste und ändern den Systemtyp in XYZ oder YXZ vor dem Speichern. Nun laden Sie die gespeicherte Liste in Ebene Polygone und berechnen diese als offenes Polygon. Die Seitenlängen sind nun alle gleich `1.0030010552°`. Die Differenz zum gewünschten Wert $\Delta=1°$ kommt dadurch zustande, dass die eingestellte Rasterweite kein ganzzahliges Vielfaches des Punktabstandes ist, so dass die Rasterweite geringfügig angepasst werden musste. Alle Polygonwinkel sind nun exakt gleich `π = 180° = 200 gon`.

Aufgabe: Nun laden Sie diese Liste auch in Räumliche Polygone, um zu sehen, dass die Punkte auch im 3D-Raum gleichabständig sind. Der Abstand von `1.1986138574` ist nun jedoch eine merkwürdige Mischung aus Grad und Meter. Alle räumlichen Polygonwinkel sind erneut exakt gleich `π = 180° = 200 gon`.

Auch interessant

X

Erste Schritte | Rasterpunkte erzeugen | Koordinatenliste 1 bearbeiten
Koordinatenlisten | Rasterpunkte erzeugen | Koordinatenliste 2 bearbeiten
Konvexe Hülle finden | Benachbarte Punkte finden | Gleichseitiges Dreieck-Raster

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:50 (Zeitzone Amsterdam)

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Ebene Polygone

Seiteninhalt

x

Ebene Polygone werden aus gegebenen Eckpunktkoordinaten berechnet: ebene Polygon- und Richtungswinkel, Seitenlängen, Flächeninhalt, Umfang etc. x

☰ Einführung

Ein ebenes Polygon ist eine aus Geradenstücken (Seiten) zusammengesetzte ebene Kurve. Es wird durch eine Folge von Eckpunkten in einer Ebene definiert, die durch Seiten verbunden werden. Ein Polygon kann **offen oder geschlossen** sein. Im zweiten Fall sind der letzte und der erste Eckpunkt durch eine Seite verbunden, so dass das Polygon ein ebenes Flächenstück begrenzt. Die Eckpunkte werden als Koordinatenliste gegeben, die auch die Reihenfolge der Punkte definiert.

Kartesische Systeme (XY oder YX): Eine Z-Koordinate wird, wenn vorhanden, ignoriert, wobei eine Warnung erfolgt. Das bedeutet, die Punkte werden in die Horizontalebene projiziert und dort als Polygoneckpunkte aufgefasst.

Gittersysteme (Nordwert Ostwert oder Ostwert Nordwert): Höhen, soweit vorhanden, werden benutzt, um den Gittermaßstab zu berechnen. Das Polygon wird also in der horizontalen Gitterebene der mittleren Höhe aller Punkte mit gegebenen Höhen berechnet (oder der Höhe Null, wenn alle Höhen fehlen). Bei allen Längen und beim Flächeninhalt wird der Gittermaßstab berücksichtigt. Möchten Sie das Polygon in der Höhe Null berechnen, müssen alle Höhen Null gesetzt oder eliminiert werden. ⚠Im deutschen Liegenschaftswesen werden Flächenangaben auf die Höhe Null bezogen.

Ellipsoidische Systeme (Länge Breite oder Breite Länge) sind hier nicht direkt verwendbar, sondern erfordern eine Koordinatenumwandlung.

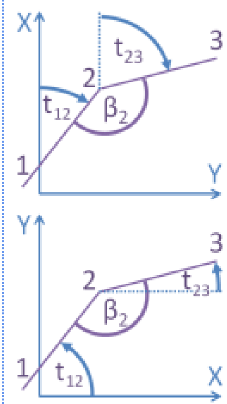
Siehe auch Koordinatensystemtypen.

☰ Rechenergebnisse

Polygonwinkel, auch Brechungswinkel genannt, liegen in Polygonzugrichtung rechts des Polygons und können beim geschlossenen Polygon entweder Innenwinkel (Zug im Uhrzeigersinn) oder Außenwinkel (Zug entgegen dem Uhrzeigersinn) sein.

Richtungswinkel, auch Azimutwinkel genannt, sind die Winkel von der X- oder Nordachse zu den Polygonseiten in Zugrichtung. Der Drehsinn des Winkels ist beim kartesischen Rechtssystem entgegen dem Uhrzeigersinn, bei allen anderen Systemtypen im Uhrzeigersinn gerichtet. Die X- oder Nordachse hat also den Richtungswinkel Null, die Y- oder Ostachse entsprechend den Richtungswinkel 90° = 100 gon.

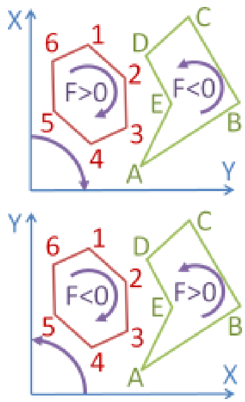
Spezielle Punkte, das sind Schwerpunkte und Kreismittelpunkte werden nur soweit möglich berechnet. Der Flächenschwerpunkt ist der Massenschwerpunkt der geschlossenen Polygonfläche. Der Seitenschwerpunkt ist der Massenschwerpunkt der Polygonseiten. Der Eckenschwerpunkt ist der Massenschwerpunkt nur der Ecken des Polygons. Um- und Inkreismittelpunkte und -radiuse werden nur bei geschlossenen Dreiecken berechnet. (Andere Polygone haben in der Regel keinen solchen Kreis.) Alle diese berechneten Koordinaten beziehen sich auf dasselbe System wie die gegebenen Eckpunktkoordinaten.



Richtungswinkel t, Polygonwinkel β. oben: Linkssystem, unten: Rechtssystem

☰ Weitere Ergebnisse für geschlossene Polygone

Der **Flächeninhalt** gibt die Größe der Polygonfläche an. Die folgende Vorzeichenregel gilt (UZS=Uhrzeigersinn):



Vorzeichenregel für den Flächeninhalt

Flächen-inhalt F	**Reihenfolge der Eckpunkte im UZS**	**gegen UZS**	**überschlagenes Polygon**
Linkssystem	$F > 0$	$F < 0$	Differenzfläche
Rechtssystem	$F < 0$	$F > 0$	wird erhalten

Der **Polygondurchmesser** ist der maximale Abstand aller Paare zweier Eckpunkte. Beispiel: Der Polygondurchmesser eines Rechtecks ist gleich der Diagonale.

☰ Beispiel: Umringpolygon für den Großen Garten Dresden

Um den „Großen Garten Dresden" wurde ein Polygon aus sieben Eckpunkten gelegt. Für diese wurden die UTM-Koordinaten (Zone 33U) bestimmt. Die Reihenfolge wurde im Uhrzeigersinn gewählt, dann wird die Fläche positiv erhalten und die Polygonwinkel sind Innenwinkel.

Die Polygonberechnung ergibt eine Fläche von `1811260 m² ≈ 1.8 km²` und einen Umfang von `5767 m` . Die längste Polygonseite ist die Seite 1-2 und hat eine Länge von `1903 m` . Gegenüberliegende Seiten unterscheiden sich im Richtungswinkel um nahezu `π = 180° = 200 gon`, sind also etwa parallel. An den Eckpunkten 1,2,3 sind die Innenwinkel nahezu rechte Winkel. Die Eckpunkte mit dem größten Abstand sind 2 und 7, dieser beträgt `2174 m`.

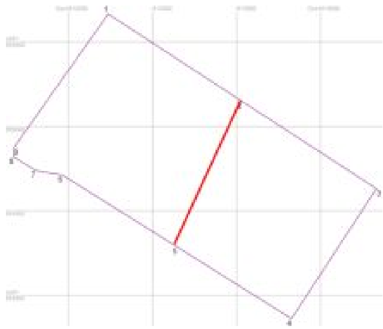
Die Höhen wurden in diesem Beispiel weggelassen. Deshalb beziehen sich alle Längen und die Fläche in Höhe Null. Der Große Garten hat eine mittlere Höhe von etwa 120 m. Wir können den Eckpunkten versuchsweise den Höhenwert 120 hinzufügen. (Einer würde ausreichen, weil als Bezugshöhe für den Gittermaßstab das Mittel aller angegebenen

Höhen angesetzt wird.). Damit erhalten wir eine Fläche in Bodenhöhe von $1811328\ m^2$. Es stellt sich heraus, dass diese $68\ m^2$ größer ist, als in Höhe Null. Dieser Höheneffekt erscheint bedeutsam. Wenn wir jedoch versuchsweise den Nordwert von Punkt 1 um 1 m erhöhen, erhalten wir eine Fläche in Höhe Null von $1812341\ m^2$. Dieser Zuwachs übersteigt den vorhergehenden Betrag um ein Mehrfaches.

Luftbild Großer Garten Dresden

Durch diese Höhenänderung vergrößern sich Längen um wenige Zentimeter. Der Umfang steigt z.B. um $0.11\ m$. Richtungen, Winkel und Schwerpunktkoordinaten ändern sich gar nicht. Weil die Ecken hier nicht metergenau definiert sind, ist es nicht zwingend, für diese Berechnungen Höhen zu verwenden.

Beispiel laden und „Rechnen" (Die Einstellungen für das Gittersystem werden dadurch automatisch angepasst.)


Großer Garten, zwei Teilpolygone

Wir fügen die Mittelpunkte der beiden langen Polygonseiten als Eckpunkte hinzu und wiederholen die Berechnung. Die Polygonwinkel an diesen Punkten betragen $\pi = 180° = 200\ gon$. Die Seitenlängen werden halbiert. Die anderen Werte ändert sich nicht. Teilt man jedoch das geschlossene Polygon entlang der Gerade durch die beiden Mittelpunkte in ein westliches und ein östliches Teilpolygon, durch Löschen oder Auskommentieren ('//' voranstellen) der restlichen Punkte in der Koordinatenliste , und berechnet diese Teilpolygone einzeln, so stellt man fest, dass im westlichen Teil die Längen um bis zu 1 mm kürzer und im östlichen Teil um bis zu 1 mm länger werden. Die Summe der beiden Teilflächeninhalte ist um $0.023\ m^2$ kleiner als der Flächeninhalt des Gesamtpolygons. Die Ursache liegt darin, dass bei allen Rechnungen ein konstanter Gittermaßstab verwendet wurde. Bei Teilung der Fläche ist diese Näherung besser und es werden genauere Ergebnisse erhalten.

Hier ist diese Abweichung noch vergleichsweise gering, weil Dresden nah am Zentralmeridian liegt.

Beispiel laden und „Rechnen" (Die Einstellungen für das Gittersystem werden dadurch automatisch angepasst.)

☰ Trick: Kreis durch drei Punkte

Ebene Polygone und Räumliche Polygone berechnen auch einen Kreis durch drei Punkte, nämlich immer dann, wenn das geschlossene ebene oder räumliche Polygon aus genau drei Punkten besteht. Unter „Spezielle Punkte" finden Sie den Umkreismittelpunkt M_3.
Den Radius R erhalten Sie, wenn Sie das Polygon in Ebene Dreiecke laden und berechnen. Dasselbe geht mit dem Inkreismittelpunkt M_4 und dem Inkreisradius r .

☰ Auch interessant

X

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:50 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Matrixrechnungen

Seiteninhalt

Beispiel: Orthogonale Matrix

Dieses Beispiel zeigt eine orthogonale Matrix mit drei Zeilen und drei Spalten. Die Inverse ist gleich der transponierten Matrix. Die Singulärwerte sind alle gleich 1. Es handelt sich nicht um eine Rotationsmatrix, weil die Determinate -1 beträgt, nicht +1.

```
0.0 -0.8  -0.6
0.8 -0.36 0.48
0.6 0.48 -0.64
```

Beispiel laden und „Rechnen"

Beispiel: Arithmetische Ausdrücke in Matrizen

Dieses Beispiel zeigt eine Matrix mit vier Zeilen und drei Spalten, deren Elemente alle den identischen Wert 16.1063 besitzen. Man erkennt daran, welche breite Palette von arithmetischen Ausdrücken IN DUBIO PRO GEO akzeptiert.

```
161063e-4     8.1+80063e-4      pi*16.1063/pi
1610.63%      161063/10000      log(exp(16.1063))
8.1+8.0063    (3,3009-1)*7,0    sqrt(16.1063^2)
2,3009*7,0    3,3009*7,0-7      asin(sin(0.161063))*100
```

Siehe Arithmetische Ausdrücke in Eingabefeldern.

Beispiel laden und „Rechnen"

Aufgabe: Bilden Sie eine 4×4-Matrix, indem Sie die dritte Spalte rechts noch einmal anhängen mit „Spalten auswählen und/oder neu anordnen". Beachten Sie, dass der Rang dieser Matrix gleich Eins ist, weil in der LU-Zerlegung die Matrix U offenbar den Rank Eins hat.

Auch interessant

Tutorium | Erste Schritte | Liste der Anleitungen
Trickkiste | Matrixrechnungen | Ausgleichungslehrbücher
Polynomwurzeln | Projektverwaltung | IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:50 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Satellitenbahnen

Seiteninhalt

x

x

Aus Ephemeriden oder Almanach-Daten von GNSS-Satelliten (z.B. GPS) werden auf einem vorgegebenen Zeitraster diskrete Bahnpunkte berechnet. Der Berechnung liegt die GPS Interface Specification IS-GPS-200 und das GALILEO Signal in Space Interface Control Document zugrunde.

Geodätische Konstanten

Die Geozentrische Gravitationskonstante GM bezieht sich wie immer in der Geodäsie auf die Gesamtmasse der Erde einschließlich der Atmosphäre.

Zur Zeit der Einführung von GPS war die Geozentrische Gravitationskonstante GM noch nicht so genau bekannt, wie heute. Damals rechnete man mit einem Wert von $GM = 3986005{\cdot}10^8\ m^3/s^2$ während heute $GM = 3986004.418{\cdot}10^8\ m^3/s^2$ als gesichert gilt und im World Geodetic System 1984 verankert ist. Dieser neue Wert wird auch für GALILEO benutzt. Damit auch ältere GPS-Empfänger die GPS-Bahnen korrekt berechnen, sind die Broadcast-Ephemeriden von GPS-Satelliten aber weiter auf den alten Wert abgestimmt.

Die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation muss sich auf das Inertialsystem beziehen. Im World Geodetic System 1984 ist der Wert $\omega_E = 7.2921151467e\text{-}5\ rad/s$ festgelegt und sollte üblicherweise verwendet werden.

Algorithmus zur Bahnberechnung

Der Algorithmus ist im offiziellen Dokument GPS Interface Specification IS-GPS-200 in Tabelle 30 und im offiziellen GALILEO Signal in Space Interface Control Document in Tabelle 58 beschrieben. Die dort verwendeten Symbole und Begriffe unterscheiden sich geringfügig von unseren.

Kepler-Elemente zur Referenzzeit

Mit den folgenden sechs Bahnelementen wird eine ungestörte Kepler-Bahn definiert, das ist eine im Bezug auf den Sternhimmel feststehende räumliche Ellipse und die momentane Position (auch ''Anomalie'') des Satelliten in dieser Ellipse.

a große Halbachse der Bahnellipse

e numerische Exzentrizität der Bahnellipse

i Bahnneigungswinkel

ω Argument des Perigäums

Ω Rektaszension des aufsteigenden Knotens

M mittlere Anomalie

Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Größe der Ellipse und die Anomalie zu definieren. Die offizielle GPS-Definition benutzt die Wurzel aus der großen Bahnhalbachse $\sqrt{a}$ und die mittlere Anomalie M. Hierzu werden aber auch Eingabemöglichkeiten für alternative Bahnparameter angeboten:

statt große Halbachse der Bahnellipse	statt mittlere Anomalie
T_0 Umlaufdauer	E_0 exzentrische Anomalie
n_0 mittlere Bewegung	v_0 wahre Anomalie

Die Kepler-Elemente beziehen sich auf einen Zeitpunkt t_{oe}, der in Sekunden nach Beginn der aktuellen GNSS-Woche angegeben wird, ⚠ nicht jedoch die Rektaszension des aufsteigenden Knotens Ω_o, die sich auf den Beginn derselben GNSS-Woche $t=0$ bezieht.

☰ Änderungsraten, Korrekturwerte und Korrekturterme

Soll eine ungestörte Kepler-Bahn berechnet werden, benötigt man nur die sechs Kepler-Elemente. Änderungsraten, Korrekturwerte und Korrekturterme dieser Elemente dienen dazu, Satellitenbahnstörungen zu modellieren.

Für mittlere Genauigkeiten, z.B. zur Berechnung von Satellitenauf- und -untergangszeiten, wird mindestens die Rate der Rektaszension $d\Omega/dt$ benötigt, sofern die Bahnberechnung nicht zu Wochenbeginn erfolgen soll. Für GPS wird häufig der Referenzwert **-2.6 semi-circles/s = -8.168e-9 rad/s** verwendet, der näherungsweise die Präzession der Knotenlinie verursacht durch die Erdabplattung für einen GPS-Satelliten angibt. Für GALILEO ist der entspechende Wert **-0.02764398°/d = -5.584e-9 rad/s**.

Für hohe Genauigkeiten, z.B. zur Berechnung der Empfängerposition aus Beobachtungen, werden auch die anderen Änderungsraten, Korrekturwerte und Korrekturterme benötigt. Diese werden als Broadcast Ephemeriden in der Satellitennachricht oder als präzise Ephemeriden von einem Bahndienst bereit gestellt.

☰ Berechnung der Bahnpunkte

Berechnet werden die Positionen des Satellitenreferenzpunktes im erdfesten kartesischen Rechtssystem zu gewünschten GNSS-Systemzeitpunkten. Diese Zeitpunkte werden durch drei Parameter spezifiziert:

- Startzeit der Bahnberechnung t_1 (=erster Bahnpunkt) in Sekunden bezogen auf den Anfang der aktuellen GNSS-Woche
- Zeitinkrement der Bahnberechnung Δt in Sekunden
- Anzahl zu berechnender Bahnpunkte

Wenn j der Zähl-Index der Punkte ist, werden die Zeitpunkte nach folgendem Schema generiert:

$$t_j=t_1+(j-1)\cdot\Delta t-t_{oe}$$

Der Beginn einer GNSS-Woche $t=0$ ist immer Sonntag 0:00:00 Uhr in der GNSS-Systemzeit. Beachten Sie, dass diese Zeit durch Schaltsekunden von der koordinierten Weltzeit UTC abweicht.

Soll nur ein Punkt berechnet werden, können die letzten beiden Parameter entfallen.

Folgende Spaltenformate beeinflussen das Aussehen der Koordinatenlisten:

- **Punktname Koordinaten**: Die Zeiten ab Wochenbeginn in Sekunden werden als Punktnamen verwendet.
- **Punktname Code Koordinaten**: Die Punkte werden automatisch benannt. Die Zeiten ab Wochenbeginn in Sekunden werden als Punktcodes verwendet.
- **Koordinaten**: Die Punkte werden automatisch benannt. Die Zeiten erscheinen nicht.

Beispiel: Bahnberechnung mit einem GPS Almanach

Gegeben ist der folgende GPS-Almanach im YUMA-Format:

```
******** Week  297 almanac for PRN-02 ********
ID:                          02
Health:                      000
Eccentricity:                0.9529113770E-002
Time of Applicability(s):    589824.0000
Orbital Inclination(rad):    0.9551331376
Rate of Right Ascen(r/s):   -0.8183198006E-008
SQRT(A)  (m 1/2):            5153.635742
Right Ascen at Week(rad):    0.1038484770E+001
Argument of Perigee(rad):    1.827911506
Mean Anom(rad):              0.2496773193E+001
Af0(s):                     -0.2574920654E-004
Af1(s/s):                    0.0000000000E+000
week:                        297
```

Gesucht ist die Position des Satelliten 02 zu allen vollen Stunden der letzten drei Tage der GPS-Woche `297`.

Beispiel laden und „Rechnen"

Trick: Satellitenbahn im himmelsfesten System

Satellitenbahnen berechnet diskrete Bahnpunkte normalerweise im erdfesten (rotierenden) rechtshändigen kartesischen Koordinatensystem ECEF. Möchten Sie hingegen die Bahnpunkte im himmelsfesten (quasi-inertialen) System ECSF erhalten, geben Sie einfach bei der Bahnberechnung für die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation $\omega_E = 0$ an.

Sie erhalten dann ein System, dessen Achsen zu Wochenbeginn mit dem erdfesten System übereingestimmt haben und himmelsfest gehalten wurden.

Trick: Satellitenbahngeschwindigkeit

Satellitenbahnen werden in der Form von Koordinatenlisten von diskreten Bahnpunkten auf einem Zeitraster berechnet. Wenn Sie die Bahngeschwindigkeit erhalten wollen, laden Sie die Koordinatenliste in Räumliche Polygone und berechnen diese als offenes Polygon. Dann erhalten Sie die räumlichen Abstände aufeinanderfolgender Bahnpunkte als Seitenlängen des Polygons. Haben Sie als Zeitinkrement der Bahnberechnung Δt z.B. 1 Sekunde gewählt, sind die Seitenlängen sofort Geschwindigkeiten in Meter/Sekunde.

Normalerweise erhalten Sie die Geschwindigkeiten im erdfesten (rotierenden) Koordinatensystem ECEF. Möchten Sie diese hingegen im himmelsfesten (quasi-inertialen) System ECSF erhalten, wenden Sie bitte den vorherigen Trick an. Wenn Sie das für das Beispiel: Bahnberechnung mit einem GPS Almanach (Zeitinkrement 1h) machen, erhalten Sie Bahngeschwindigkeiten zwischen `13600` und `14000` km/h.

Auch interessant

x

Tutorium	Koordinatenlisten	Geodätische Abkürzungen
Trickkiste	Koordinatenumwandlung	World Geodetic System 1984
Satellitenbahnen	Liste der Anleitungen	IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:51 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Gittermaßstabsfaktoren

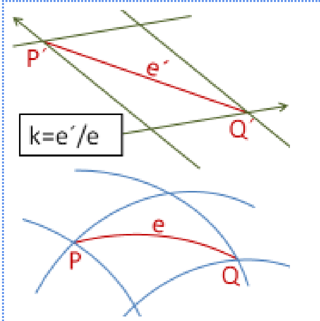
Seiteninhalt

x

x

Der Punktmaßstabsfaktor an den Punkten der Koordinatenliste und der Linienmaßstabsfaktor entlang der Linien zwischen aufeinanderfolgenden Punkten werden berechnet.

Einführung



Gittermaßstabsfaktor k, Bodendistanzen e, Gitterdistanz e'

Gittersysteme (Systemtyp: Nordwert Ostwert Höhe oder Ostwert Nordwert Höhe) basieren auf einer lokalen Verebnung des gekrümmten Rotationsellipsoids mittels Gaußscher Abbildung (= Transversale Mercator-Abbildung auf dem Ellipsoid). Wegen der unvermeidbaren Verzerrungen stimmt die Gitterkoordinateneinheit nicht mit der metrischen Längeneinheit überein. Dieses wird mit einem **Gittermaßstabsfaktor** k korrigiert. Es gilt $k > 1$, wenn Gitterdistanzen (=Kartendistanzen) e' länger sind, als Bodendistanzen (=Naturdistanzen) e, und $k < 1$, wenn dies umgekehrt ist.

⚠Die korrekte Berechnung und Berücksichtigung von k setzt voraus, dass die Einstellungen für die Koordinatensystemparameter korrekt sind. Vorsicht ist geboten, wenn Sie mit **gekürzten** Koordinaten arbeiten. Die Einstellungen falscher Ostwert und falscher Nordwert müssen dann um denselben Betrag geändert werden! Siehe hierzu auch das Beispiel: GPS-Referenzpunkt der HTW Dresden.

Näherungsweise Korrektur in kleinen Punktgebieten

Resultierend aus der Winkeltreue der Gaußschen Abbildung ist in einem kleinen Punktgebiet der **Gittermaßstabsfaktor** k etwa konstant und wird näherungsweise automatisch wie folgt berechnet:

$$k = k_o \cdot \frac{(\overline{E} - E_o)^2 - 2\overline{h}R}{2R^2}$$

$\overline{E}$ = mittlerer Ostwert im Punktgebiet

$\overline{h}$ = mittlere ellips. Höhe im Punktgebiet

E_o = falscher Ostwert , eingestellt ist zur Zeit `500000`.

k_o = Maßstabsf. am Zentralmeridian , eingestellt ist zur Zeit 0.9996.

R = Radius der Gaußschen Schmiegungskugel

Die mittlere Höhe $\bar{h}$ wird nur aus den Punkten berechnet, für die Höhen angegeben sind.

Sie wird mit 0.000 angenommen, wenn keinerlei Höhen gegeben sind, wobei eine Warnung erfolgt.

Diese Korrektur wird von IN DUBIO PRO GEO bei allen Berechnungen mit Gitterkoordinaten verwendet, außer bei Gittermaßstabsfaktoren. Dieses Rechenwerkzeug dient zur wesentlich genaueren Bestimmung der Korrektur. Dazu mehr in den folgenden Abschnitten.

In den Informationen zu einer Gitterkoordinatenliste wird der berechnete Maßstabsfaktor im Punktgebiet ausgewiesen. Ist das Punktgebiet groß, werden statt dessen die Extremwerte des Maßstabsfaktors im Punktgebiet ausgewiesen. Das gilt als Warnung, dass die Berechnung ungenau sein könnte, denn verwendet wird trotzdem nur **ein** Maßstabsfaktor pro Gitterkoordinatenliste, nämlich der Mittelwert.

Sind die Punkte über ein sehr großes Gebiet verteilt, so ist der Maßstabsfaktors nicht repräsentativ für das ganze Punktgebiet. Das passiert normalerweise vor allem bei großer Ost-West-Ausdehnung oder vertikaler Ausdehnung des Gebietes. Wenn möglich, sollte man in diesem Fall die Liste filtern, so dass Punkte außerhalb des interessierenden Gebiets abgeschnitten werden.

In den Einstellungen kann vereinbart werden, auf wieviele Ziffern k im Punktgebiet übereinstimmen muss, damit eine Berechnung erfolgt. Standard ist 3 Nachkommastellen. Dann würde z.B. $min(k)=0.999267, max(k)=0.999783$ eine Berechnung erlauben, andernfalls erhält man eine Fehlermeldung. Eingestellt sind zur Zeit 3 Nachkommastellen.

Andere metrische Werte und Maßstäbe

Bei Berechnungen mit Gitterkoordinaten wird vorausgesetzt, dass alle anderen metrischen Werte und Maßstäbe **nicht** mit dem Gittermaßstab behaftet sind. Das sind folgende Größen:

Rechenwerkzeug	**nicht mit dem Gittermaßstab behaftet**
Rasterpunkte erzeugen	Rasterweiten und Kantenlängen
Ebene Polygone Räumliche Polygone	Seitenlängen, Polygonumfang, Flächeninhalt, Radien von Kreisen
Transf. über Parameter Transf. über identische Punkte	Translationsparameter, Transformationmaßstäbe
Ausgleichende Flächen	Radius der ausgleichenden Kugel, Halbachsen des ausgleichenden Ellipsoids und Hyperboloids etc.
Universalrechner Polygonzüge	Horizontal- und Schrägdistanzen

Möchten Sie dennoch solche Daten im Gittermaßstab eingeben, hilft folgender Trick: Messwertlisten mit Distanzen etc. im Gittermaßstab.

Punktmaßstabsfaktoren

Das Rechenwerkzeug Gittermaßstabsfaktoren dient zur wesentlich genaueren Bestimmung der Maßstabsfaktoren mittels einer ausreichend langen Reihenentwicklung. Diese erreichen ihre hohe Genauigkeit jedoch nur in einer sehr kleine Umgebung eines Punktes. Bei gegebener Gitter- oder ellipsoidischer Koordinatenliste wird zu jedem Punkt ein zugehöriger Maßstabsfaktor berechnet. Dieser Faktor bezieht sich auf Horizontaldistanzen in der Höhe des Punktes.

Für die gegebene Koordinatenliste wird grob abgeschätzt, wie groß der Fehler der Reihenentwicklung maximal sein kann.

☰ Linienmaßstabsfaktoren

Zwischen allen aufeinanderfolgenden Punkten der Koordinatenliste wird das Verhältnis der Länge der geodätischen Linie (Bodendistanzen) zu ihrem Bild im Gitterraum (Gitterdistanz) berechnet. Hierfür kommt eine ausreichend genaue Quadraturformel zum Einsatz. Jeder erhaltene Linienmaßstabsfaktor bezieht sich auf Horizontaldistanz in der mittleren Höhe der zugehörigen Linie.

Für die gegebene Koordinatenliste wird grob abgeschätzt, wie groß der Fehler der Quadraturformel maximal sein kann.

☰ Beispiel:

Demnächst

☰ Auch interessant

X

Polygonzüge	Meridianbogenlänge	Gittermaßstabsfaktoren
Universalrechner	Meridiankonvergenz	Ellipsoidische Polygone
Koordinatenlisten	Koordinatenumwandlung	Breitenabhängige Größen

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:51 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Normalschwereformeln

Seiteninhalt

x

Die Normalschwere an einem Punkt gegebener ellipsoidischer Breite und Höhe wird für die Niveauellipsoide GRS67,GRS80 und World Geodetic System 1984 berechnet, wahlweise einschließlich einer Fehlerfortpflanzung.

x

Einführung

Das Normalschwerefeld ist eine grobe Näherung für das tatsächliche Schwerefeld der Erde. Es dient als einfaches, leicht berechenbares Modell. In der Geodäsie und Geophysik sind rotationssymmetrische Normalschwerefelder gebräuchlich, bei denen eine Fläche gleichen Schwerepotentials (Äquipotential- oder Niveaufläche genannt) mit einem geodätischen Referenzellipsoid koinzidiert, z.B. dem GRS80 oder dem World Geodetic System 1984

Der Wert der Schwerebeschleunigung im Normalschwerefeld wird **Normalschwere** γ genannt. Er hängt von der ellipsoidischen Breite φ und der ellipsoidischen Höhe h über dem Niveauellipsoid ab. Er nimmt von den Polen zum Äquator um etwa `0.052 m/s²` und in vertikaler Richtung um etwa `0.003 m/s²` pro Kilometer Höhe ab. Folgende Normalschwereformeln sind implementiert:

Internationale Schwereformel 1967

$$\gamma_0(\varphi) = \gamma_e \cdot (1+5.2891 \cdot 10^{-3} \cdot \sin(\varphi)^2 - 5.9 \cdot 10^{-6} \cdot \sin(2\varphi)^2)$$
$$\gamma(\varphi,h) = \gamma_0(\varphi) \cdot (1-(3.15704 \cdot 10^{-7} - 2.10269 \cdot 10^{-9} \cdot \sin(\varphi)^2) \cdot h + 7.37452 \cdot 10^{-14} \cdot h^2)$$

mit γ_e = 9.780318 m/s² und h in der Einheit Meter.

Formel von Somigliana für die Normalschwere am Niveauellipsoid h=0

$$\gamma_0(\varphi) = \gamma_e \cdot (1+k \cdot \sin(\varphi)^2)\,(1-e^2 \cdot \sin(\varphi)^2)^{-\frac{1}{2}}$$

mit den Werten für

GRS80: γ_e = 9.7803267715 m/s², k =0.0019318513548, e^2 =0.00669438002290
WGS84: γ_e = 9.7803253359 m/s², k =0.0019318526464, e^2 =0.00669437999014

Höhenabhängigkeit für GRS80 und WGS84

$\gamma(\varphi,h) = \gamma_0(\varphi) \cdot (1-2(1+f+m-2f \cdot \sin(\varphi)^2) \cdot (h/a)+3(h/a)^2$

mit der großen Halbachse des Niveauellipsoids a =6378137 m und den Werten für

GRS80: f =1/298.257222101, m =0.00344978600308
WGS84: f =1/298.257223563, m =0.00344978650684

☰ Beispiel: Schweremesspunkt im Geodätischen Labor der HTW Dresden

Wir berechnen die Normalschwere für den Schweremesspunkt im Geodätischen Labor der HTW HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES. Die ellipsoidische Breite beträgt hier etwa **51.03361°**. Die Höhe beträgt **114 m** über der Bezugsfläche DHHN92. Die Höhe der Bezugsfläche DHHN92 über dem Ellipsoid WGS84 beträgt etwa **35 m**. Damit ergibt sich eine ellipsoidische Höhe über WGS84 von etwa **149 m**. Wir berechnen einen Wert $\gamma(\varphi,h) = 9.811161\ m/s^2$. Ein im Geodätischen Labor der HTW gemessener Absolutschwerewert beträgt übrigens **9.811193 m/s²** (gerundet).

Wir berechnen weiter den Vertikalgradient der Normalschwere an diesem Punkt. Dazu benutzen wir die Fehlerfortpflanzung mit einer Höhenabweichung von genau 1 m. Die Änderung der Schwere bei einer Höhenänderung von 1 m entspricht dem Betrag des Vertikalgradient (Vorzeichen ist immer minus). Die Breite wird festgehalten. In diesem Fall ist es egal, ob man die Höhenabweichung als maximale oder Standardabweichung angibt. Der Wert $3.085 \cdot 10^{-6} s^{-2}$ wird erhalten.

Beispiel laden und „Rechnen"

Schon gewusst? *In der Geodäsie wird eine alternative Schwereeinheit verwendet: 1 Gal = 0.01 m/s² ; 1 m/s² = 100 Gal* x

☰ Auch interessant x

Glossar | Erste Schritte | Geodätische Abkürzungen
Trickkiste | Normalschwereformeln | World Geodetic System 1984
Einstellungen | Liste der Anleitungen | IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

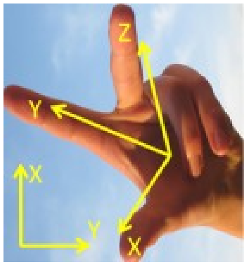
IN DUBIO PRO GEO Anleitung : über Parameter

Seiteninhalt

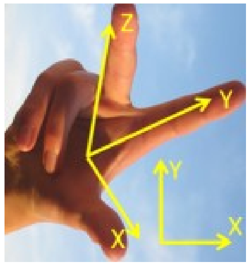
Punkte in der Ebene und im 3D-Raum werden mittels gegebener Parameter transformiert. Eine Folge von bis zu 13 Transformationsschritten kann abgearbeitet werden. Auf diese Weise können alle denkbaren Transformationen konfiguriert werden.

Einführung

IN DUBIO PRO GEO berechnet ebene und räumliche Koordinatentransformationen, das sind Umrechnungen von Punktkoordinaten eines **Startsystems** in Koordinaten eines **Zielsystems**. Es wird nicht vorausgesetzt, dass die Achsen der Systeme irgendwie näherungsweise ausgerichtet sind. Koordinaten werden über Koordinatenlisten eingegeben.



Linkssystem



Rechtssystem

Kartesische Linkssysteme, kartesische Rechtssysteme `(XYZ)` und Gittersysteme `(Nordwert,Ostwert,Höhe)` können transformiert werden. Ellipsoidische Systeme `(Länge,Breite,Höhe)` müssen erst mit Koordinatenumwandlung umgerechnet werden. Siehe Koordinatensystemtyp.

Die Koordinaten im Startsystem werden immer mit x,y,z und die im Zielsystem mit X,Y,Z bezeichnet. Bei Gitterkoordinaten entspricht Nord = x und/oder X, Ost = y und/oder Y und Höhe = z und/oder Z.

Transformationsschritte

Jede Transformation kann man sich als eine Folge von elementaren Transformationsschritten vorstellen. Durch beliebige Kombination der Schritte

- **Translation** = Verschiebung
- **Skalierung** = Maßstabsänderung, bei Gittersystemen zuzüglich zum Gittermaßstabsfaktor
- **Rotation** = Drehung

- **Transvektion** = Scherung
- **Reflexion** = Spiegelung von Links- nach Rechtssystem oder umgekehrt

mit den Parametern

Verschiebungs- und Drehungsparameter		**Maßstabs- und Scherparameter**	
t_x	Translation entlang der x-Achse	m_x	Maßstabsfaktor der x-Achse
t_y	Translation entlang der y-Achse	m_y	Maßstabsfaktor der y-Achse
t_z	Translation entlang der z-Achse	m_z	Maßstabsfaktor der z-Achse
		m_{xy}	Maßstabsfaktor für x- und y-Achse
ε_x	Euler-Winkel für Rotation um x-Achse	m	Maßstabsfaktor für alle Achsen
ε_y	Euler-Winkel für Rotation um y-Achse	f_{xy}	Scherfaktor für y- gegen x-Achse
ε_z	Euler-Winkel für Rotation um z-Achse	f_{yx}	Scherfaktor für x- gegen y-Achse
ε	2D Rotationswinkel (identisch mit ε_z)	f_{xz}	Scherfaktor für z- gegen x-Achse
	oder Rotationswinkel um Euler-Achse	f_{zx}	Scherfaktor für x- gegen z-Achse
e_x	Euler-Achse, x-Vektorkomponente	f_{yz}	Scherfaktor für z- gegen y-Achse
e_y	Euler-Achse, y-Vektorkomponente	f_{zy}	Scherfaktor für y- gegen z-Achse
e_z	Euler-Achse, z-Vektorkomponente	τ_{xy}	Scherwinkel für y- gegen x-Achse
		τ_{yx}	Scherwinkel für x- gegen y-Achse
q_0	Quaternion, nullte Komponente	τ_{xz}	Scherwinkel für z- gegen x-Achse
q_1	Quaternion, erste Komponente	τ_{zx}	Scherwinkel für x- gegen z-Achse
q_2	Quaternion, zweite Komponente	τ_{yz}	Scherwinkel für z- gegen y-Achse
q_3	Quaternion, dritte Komponente	τ_{zy}	Scherwinkel für y- gegen z-Achse

sind alle relevanten Transformationstypen darstellbar. Insgesamt können bis zu 13 elementare Schritte beliebig kombiniert werden. Diese werden in der gegebenen Reihenfolge abgearbeitet. Es ist z.B. möglich, nach einer Translation und einer Rotation eine weitere Translation folgen zu lassen. Die Spiegelung wird automatisch dann vollzogen, wenn das Startsystem ein Linkssystem und das Zielsystem ein Rechtssystem ist oder umgekehrt. ⚠In vielen Fällen hängt das Transformationsergebnis von der Reihenfolge der Transformationsschritte ab.

Die Transformationsschritte, die die z-Koordinate einbeziehen, erfordern, dass alle Punkte drei Koordinaten besitzen.

☰ Translation = Verschiebung

Bei ebenen Transformationen können zwei Translationsparameter t_x , t_y , bei räumlichen Transformationen drei Translationsparameter t_x , t_y , t_z gegeben werden. Diese werden in der natürlichen Längeneinheit erwartet, also bei Gittersystemen ohne Gittermaßstab. Ist das aber gewünscht, müssen Gittersysteme in kartesische Systeme umdeklariert werden, siehe Trickkiste. Fehlende Translationsparameter gelten als Null.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Skalierung = Maßstabsänderung

Maßstabsparameter sind Maßstabsfaktoren, mit denen die Koordinaten multipliziert werden. Bei ebenen Transformationen werden bis zu zwei Maßstabsparameter m_x, m_y , bei räumlichen Transformationen werden bis zu drei Maßstabsparameter m_x, m_y, m_z akzeptiert. Alle Maßstabsparameter müssen positiv sein und schließen nicht die Gittermaßstabsfaktoren ein. Ist das aber gewünscht, müssen Gittersysteme in kartesische Systeme umdeklariert werden, siehe Trickkiste. Fehlende Maßstabsparameter gelten als Eins.

$$\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m_x\cdot x\\m_y\cdot y\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}=m\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m_x\cdot x\\m_y\cdot y\\m_z\cdot z\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}m_{xy}\cdot x\\m_{xy}\cdot y\\m_z\cdot z\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=m\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

Rotation = Drehung

Die Transformationsgleichung der **ebenen** Drehung lautet:

$$\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}cos(\varepsilon) & -sin(\varepsilon)\\sin(\varepsilon) & cos(\varepsilon)\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

Bei allen **räumlichen** Transformationen kann eine räumliche Drehung erfolgen, die auf die folgenden drei verschiedenen Arten beschrieben werden kann:

(a) mit **Euler-Winkel** ε_x oder ε_y oder ε_z :

$$\begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & cos\varepsilon_x & -sin\varepsilon_x\\0 & sin\varepsilon_x & cos\varepsilon_x\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}cos\varepsilon_y & 0 & sin\varepsilon_y\\0 & 1 & 0\\-sin\varepsilon_y & 0 & cos\varepsilon_y\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}\qquad \begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}cos\varepsilon_z & -sin\varepsilon_z & 0\\sin\varepsilon_z & cos\varepsilon_z & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

Die gesamte Drehung kann man in eine Folge von drei Drehungen um Koordinatenachsen zerlegen. Jede Reihenfolge kann verwendet werden. Das Vertauschen von Drehungen ändert normalerweise das Ergebnis.

(b) mit dem Quadrupel der **Einheitsquaternion** (q_0, q_1, q_2, q_3) . Eine Quaternion erlaubt in vielen Fällen eine rechnerisch elegantere Beschreibung von Drehungen in drei Dimensionen:

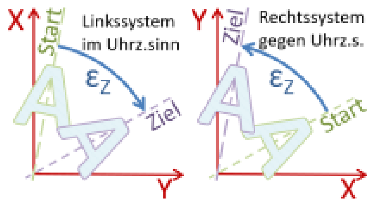
$$\begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2 & 2(q_1\cdot q_2-q_0\cdot q_3) & 2(q_1\cdot q_3+q_0\cdot q_2)\\2(q_1\cdot q_2+q_0\cdot q_3) & q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2 & 2(q_2\cdot q_3-q_0\cdot q_1)\\2(q_1\cdot q_3-q_0\cdot q_2) & 2(q_2\cdot q_3+q_0\cdot q_1) & q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$$

Sollte keine Einheitsquaternion mit $q_0^2+q_1^2+q_2^2+q_3^2=1$ gegeben werden, wird diese normiert.

(c) mit **Euler-Achse** (e_x, e_y, e_z) als Einheitsvektor und **Rotationswinkel** ε um diese Achse:

$$\begin{pmatrix}X\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}cos\varepsilon+e_x^2(1-cos\varepsilon) & e_xe_y(1-cos\varepsilon)-e_zsin\varepsilon & e_xe_z(1-cos\varepsilon)+e_ysin\varepsilon\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} Y \\ Z \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} e_xe_y(1\text{-}cos\varepsilon)+e_zsin\varepsilon & cos\varepsilon+e_y^2(1\text{-}cos\varepsilon) & e_ye_z(1\text{-}cos\varepsilon)\text{-}e_xsin\varepsilon \\ e_xe_z(1\text{-}cos\varepsilon)\text{-}e_ysin\varepsilon & e_ye_z(1\text{-}cos\varepsilon)+e_xsin\varepsilon & cos\varepsilon+e_z^2(1\text{-}cos\varepsilon) \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} y \\ z \end{vmatrix}$$



Drehrichtung für $\varepsilon>0$, Blickrichtung entgegen der Drehachse

Die Rotation wird hier um eine schräg im Raum liegende Achse durch den Koordinatenursprung beschrieben, die sogenannte Euler-Achse. Sollte die Richtung dieser Achse nicht als Einheitsvektor mit $e_x^2+e_y^2+e_z^2=1$ gegeben werden, wird dieser normiert.

Alle Winkel $\varepsilon, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ werden zwischen **-π = -180° = -200 gon** und **π = 180° = 200 gon** und in der gewählten Winkeleinheit erwartet. Sie sind

- bei Linkssystemen positiv im Uhrzeigersinn,
- bei Rechtssystemen positiv gegen den Uhrzeigersinn

definiert. Der Blick ist hierfür entgegen der Drehachse gerichtet.

⚠Es sind auch andere Festlegungen gebräuchlich, vor allem in nicht-geodätischen Bereichen.

Sowohl die Parameter q_0, q_1, q_2, q_3, als auch die Parameter $e_x, e_y, e_z, \varepsilon$ bilden eine Einheit und müssen in der Liste der Transformationsparameter alle vier aufeinander folgen, wobei die Reihenfolge innerhalb der Gruppe beliebig ist.

☰ Transvektion = Scherung

Die Scherung ist eine affine Abbildung der Ebene auf sich selbst, bei der der Inhalt von geometrischen Flächen erhalten bleibt, Winkel sich jedoch ändern.

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & f_{xy} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & f_{xy} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & f_{xz} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ f_{yx} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ f_{yx} & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & f_{yz} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ f_{zx} & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & f_{zy} & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

$$f_{xy}=tan(\tau_{xy}) \quad f_{xz}=tan(\tau_{xz}) \quad f_{yz}=tan(\tau_{yz})$$

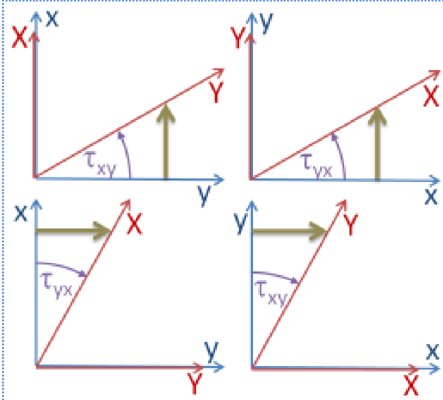
Entweder die Scherparameter f oder die Scherwinkel τ können angegeben werden. Alle Winkel werden zwischen **-π/2 = -90° = -100 gon** und **π/2 = 90° = 100 gon** und in der gewählten Winkeleinheit erwartet. Fehlende Scherparameter gelten als Null.

Hinweis: Zwei aufeinanderfolgende Scherungen mit $f=f_{yx}=-f_{xy}\neq 0$ ergeben nicht dasselbe wie eine Drehung mit $\tau=arctan(f)$. Die Winkel bleiben nicht erhalten:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yx}f_{xy}+1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -f \\ f & 1-f^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$$

☰ Ebene Transformationen (2D)

Die Transformationsschritte können unter anderem zu den folgenden ebenen Transformationen zusammengesetzt werden:



Linkssystem (links) und Rechtssystem (rechts), Scherung von y- gegen x-Achse (oben) und umgekehrt (unten)

Transformation	Parameter	Anzahl
Affin	t_x , t_y , m_x , m_y , ε , τ_{xy}	6
5-Parameter Typ 1	t_x , t_y , m_x , m_y , ε	5
5-Parameter Typ 2	t_x , t_y , m , τ , ε	5
5-Parameter Typ 3	t_x , t_y , ε , m_x , m_y	5
5-Parameter Typ 4	t_x , t_y , m , ε , τ	5
Helmert	t_x , t_y , m , ε	4
mit festem Maßstab	t_x , t_y , ε	3

☰ Räumliche Transformationen (3D)

Die Transformationsschritte können unter anderem zu den folgenden räumlichen Transformationen zusammengesetzt werden:

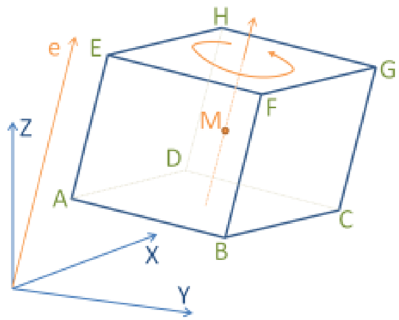
Transformation	Parameter	Anzahl
Affin	t_x , t_y , t_z , m_x , m_y , m_z, ε_x , ε_y , ε_z , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz}	12
9-Parameter Typ 1	t_x , t_y , t_z , m_x , m_y , m_z , ε_x , ε_y , ε_z	9
9-Parameter Typ 2	t_x , t_y , t_z , ε_x , ε_y , ε_z , m_x , m_y , m_z	9
Helmert	t_x , t_y , t_z , m , ε_x , ε_y , ε_z	7
mit festem Maßstab	t_x , t_y , t_z , ε_x , ε_y , ε_z	6

Alternativ zu den Euler-Winkeln ε_x , ε_y , ε_z werden auch eine Quaternion (q_0 , q_1 , q_2 , q_3) oder Euler-Achse (e_x , e_y , e_z) und Rotationswinkel ε um diese Achse akzeptiert.

☰ Beispiel: Quader um Mittelachse drehen

Die folgenden Punkte mit Koordinaten in einem kartesischen Linkssystem bilden die Eckpunkte eines Quaders (ABCD=Grundfläche, EFGH=Deckfläche):

	X	Y	Z
A	14.034	17.043	8.067
B	23.605	29.759	5.522
C	42.146	16.239	7.807
D	32.585	3.537	10.349
E	14.281	20.222	24.877
F	23.842	32.924	22.335
G	42.393	19.418	24.617
H	32.841	6.711	27.167



Quader um Mittelachse drehen

Dieser soll um 45° um seine Mittelachse parallel zu AE (⇑ Abbildung) von oben gesehen entgegen dem Uhrzeigersinn gedreht werden. Der bei der Drehung festzuhaltende Punkt könnte der Mittelpunkt M des Quaders

```
M   28.2159 18.2316 16.3426
```

berechnet aus dem Mittel aller Koordinaten z.B. mit einem Tabellenkalkulationsprogramm sein, oder auch der Mittelpunkt der Grund- oder Deckfläche sein. Die Euler-Achse e wird durch den Vektor

$$AE=\begin{vmatrix} 14.281-14.034 \\ 20.222-17.043 \\ 24.877-8.067 \end{vmatrix}$$

beschrieben. Weil bei Linkssystemen und Blickrichtung entgegen der Drehachsrichtung der Rotationswinkel positiv im Uhrzeigersinn definiert ist (⇑), muss der Rotationswinkel $\varepsilon=-45°$ eingegeben werden. (Alternativ könnte auch EA statt AE als Achsvektor verwendet werden.)

Beispiel laden und „Rechnen“

Das Ergebnis ist

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2.33842866 \\ 23.6949266 \\ -4.44667340 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0.70716782 & 0.69550488 & -0.12722668 \\ -0.69393365 & 0.71721800 & 0.06367434 \\ 0.13553508 & 0.04325843 & 0.98982774 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix}$$

PName	X	Y	Z
A	18.4131166747	26.6934690300	6.1776196987
B	34.3492519040	29.0099229729	5.5057885573
C	37.7669114811	6.5924075628	9.6956467711
D	21.8479666784	4.2788643123	10.3664693981
E	18.6601166747	29.8724690300	22.9876196987
F	34.5790614774	32.1860122804	22.3167970717
G	38.0139114811	9.7714075628	26.5056467711
H	22.0968358509	7.4485422141	27.1853915435

Aufgabe: Führen Sie mit diesen Koordinatenlisten eine Transf. über identische Punkte durch. Alle Restklaffungen müssen Null sein, unabhängig von der Gewichtung. Vergessen Sie trotzdem nicht, Gewichte festzulegen.

Auch interessant

X

Erste Schritte
Koordinatenlisten
Transf. über Parameter
Rechteck durch fünf Punkte
Gleichseitiges Dreieck-Raster
Transf. über identische Punkte
Ebene Geodätische Berechnungen
Transf. über identische Punkte
Räumliche Geodätische Berechnungen

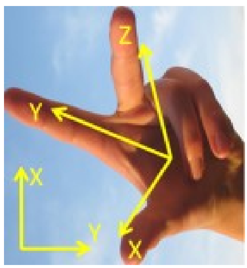
IN DUBIO PRO GEO Anleitung : über identische Punkte

Seiteninhalt

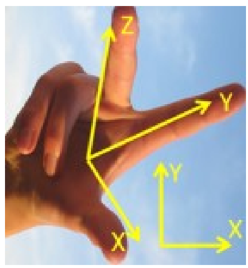
Identische Punkte werden verwendet, um zwischen zwei Koordinatensystemen Transformationsparameter zu berechnen. Alle ebenen oder räumlichen Transformationen werden berechnet, die mit diesen Punkten berechenbar sind. In beiden Systemen können nicht identische Punkte gegeben sein, diese werden mit den berechneten Parametern transformiert.

Einführung

IN DUBIO PRO GEO berechnet ebene und räumliche Koordinatentransformationen, das sind Umrechnungen von Punktkoordinaten eines **Startsystems** in Koordinaten eines **Zielsystems**. Es wird nicht vorausgesetzt, dass die Achsen der Systeme irgendwie näherungsweise ausgerichtet sind. Koordinaten werden über Koordinatenlisten eingegeben.



Linkssystem



Rechtssystem

Kartesische Linkssysteme, kartesische Rechtssysteme `(XYZ)` und Gittersysteme `(Nordwert,Ostwert,Höhe)` können transformiert werden. Ellipsoidische Systeme `(Länge,Breite,Höhe)` müssen erst mit Koordinatenumwandlung umgerechnet werden. Siehe Koordinatensystemtyp.

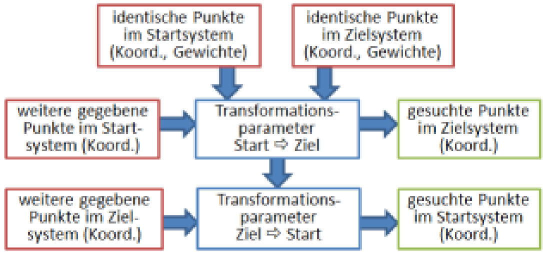
Die Koordinaten im Startsystem werden immer mit x,y,z und die im Zielsystem mit X,Y,Z bezeichnet. Bei Gitterkoordinaten entspricht Nord = x und/oder X, Ost = y und/oder Y und Höhe = z und/oder Z.

Identische Punkte und zu transformierende Neupunkte

Identische Punkte werden automatisch an identischen Punktnamen erkannt. Wann immer möglich, werden zunächst Transformationsparameter aus diesen Koordinaten berechnet.

Zusätzlich können Punkte vorliegen, die nur in einem der beiden Systeme gegebene Koordinaten haben (Neupunkte). Auf diese Punkte wird die berechnete Transformation angewendet. Neupunkte können zugleich in beiden Systemen vorliegen.

Alle Punkte können in den Koordinatenlisten in beliebiger Reihenfolge angegeben werden.



Transformation über identische Punkte

☰ System der Transformationsgleichungen

Alle implementierten geodätischen Koordinatentransformationen werden berechnet, die die folgenden drei Bedingungen erfüllen:

- Genügend identische Punkte müssen vorhanden sein.
- Die identischen Punkte sind so konfiguriert, dass eine eindeutige Transformationslösung existiert und ein reguläres Gleichungssystem entsteht.
- Falls die Parameter iterativ berechnet werden müssen: Die identischen Punkte passen mindestens näherungsweise aufeinander (kleine Restklaffungen).

Alle Transformationen gehen von folgendem **Grundmuster der Transformationsgleichungen** aus:

$$V = t + T \cdot v$$

v , V sind die Ortsvektoren der Punkte im Start- und Zielsystem.
t ist der Translationsvektor (= Verschiebungsvektor).
T ist die Transformationsmatrix.

⚠Die Reihenfolge der Komponenten von v, V, t, T ist immer **xyz**, selbst wenn die Koordinaten in den Koordinatenlisten eine andere Reihenfolge haben. Je nach Transformationstyp erzeugt T

- **Reflexion** = Spiegelung von Linkssystem nach Rechtssystem oder umgekehrt
- **Rotation** = Drehung
- **Transvektion** = Scherung
- **Skalierung** = Maßstabsänderung, bei Gittersystemen zuzüglich zum Gittermaßstabsfaktor

Für jede berechnete Transformation werden die Transformationsgleichungen in dieser Form ausgegeben, so dass mit ihnen alle weiteren gewünschten Berechnungen erfolgen können, z.B. die Transformation weiterer Punkte. Oft ist es aber zweckmäßiger, die Transformation durch Transformationsparameter zu beschreiben. Es gibt dazu eine Vielzahl von Möglichkeiten, die hier nahezu vollständig unterstützt werden:

Am einfachsten stellt man T als Produkt von bis zu 3 Matrizen dar:

- **Orthogonalmatrix** Q , bewirkt eine Drehung (Rotationsmatrix, falls $detQ = +1$) und ggf. eine zusätzliche Reflexion (falls $detQ = -1$)
- **obere normierte Dreiecksmatrix** S (das ist eine Matrix mit Einsen auf der gesamten Hauptdiagonale und ausschließlich Nullen darunter), bewirkt eine Scherung
- **Diagonalmatrix** M , bewirkt Maßstabsänderungen (Skalierungen), ggf. sind alle Maßstäbe gleich, so dass nur ein skalarer Faktor m wirksam wird, d.h. $M = m \cdot I$ mit Einheitsmatrix I .

Die einzelnen Transformationstypen unterscheiden sich nur danach, welche Faktoren T enthält und in welcher Reihenfolge. Bei der Affintransformation kann T in alle drei Faktoren in beliebiger Reihenfolge zerlegt werden:

$$T = Q_1 M_1 S_1 = Q_2 S_2 M_2 = M_3 S_3 Q_3 = S_4 M_4 Q_4$$

Die Faktoren selbst hängen im Allgemeinen von der Reihenfolge der Zerlegung ab, z.B. hätte man $S_1 \neq S_2 \neq S_3 \neq S_4$. Alle genannten Zerlegungen werden berechnet.

Ebene Transformationen (2D)

Z-Koordinaten oder Höhen werden durch ebene Transformationen nicht beeinflusst, können also auch fehlen. Wenn einige oder alle Punkte in Gittersystemen Höhen besitzen, werden diese nur benutzt, um den Gittermaßstabsfaktor zu bestimmen.

Wann immer möglich, wird im 2D-Fall Folgendes der Reihe nach berechnet:

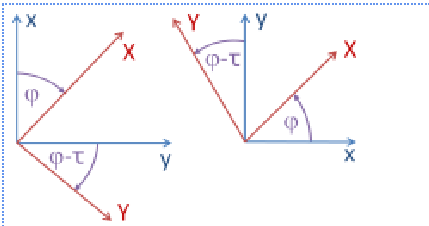
Transformation	**Parameter**	**Anzahl ident.P.**		**Transformationsmatrix** T	
Affin	t_x , t_y , m_x , m_y , ε , τ	6	≥ 3	ist eine allgemeine **2×2** Matrix	
5-Param. Typ 1	t_x , t_y , m_x , m_y , ε	5	≥ 3	hat orthogonale Zeilenvektoren	$T=MQ$
5-Param. Typ 2	t_x , t_y , m , τ , ε	5	≥ 3		$T=mSQ$
5-Param. Typ 3	t_x , t_y , ε , m_x , m_y	5	≥ 3	hat orthogonale Spaltenvektoren	$T=QM$
5-Param. Typ 4	t_x , t_y , m , ε , τ	5	≥ 3		$T=mQS$
Helmert	t_x , t_y , m , ε	4	≥ 2	ist das skalare Vielfache einer Orthogonalmatrix	$T=mQ$
mit festem Maßstab	t_x , t_y , ε	3	≥ 2	ist eine Orthogonalmatrix	$T=Q$

Der **Translationsvektor** t und die Matrizen Q, S, M haben folgende Darstellung:

$t=\begin{vmatrix} t_x \\ t_y \end{vmatrix}$ ohne Reflexion: $Q = \begin{vmatrix} cos(\varepsilon) & -sin(\varepsilon) \\ sin(\varepsilon) & cos(\varepsilon) \end{vmatrix}$ mit Reflexion: $Q = \begin{vmatrix} sin(\varepsilon) & cos(\varepsilon) \\ cos(\varepsilon) & -sin(\varepsilon) \end{vmatrix}$

$$S = \begin{vmatrix} 1 & tan(\tau) \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad M = \begin{vmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{vmatrix}$$

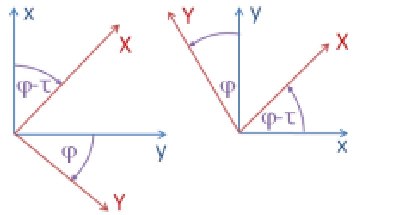
Der **Rotationswinkel** ε ist der Rotationswinkel des Startsystems ins Zielsystem um den Koordinatenursprung. Im Linkssystem bedeutet $\varepsilon>0$ eine Drehung im Uhrzeigersinn, im Rechtssystem umgekehrt.



Ebenes Linkssystem (links) und Rechtssystem (rechts), Scherung ⇒ Rotation

Nach einer Scherung schließen die Achsen des Startsystems im Zielsystem keinen rechten Winkel mehr ein, sondern einen um den **Scherwinkel** τ kleineren Winkel oder um $-\tau$ größeren Winkel. Im Berechungsprotokoll wird auch der Scherfaktor $f = tan(\tau)$ ausgewiesen.

Die **Maßstabsfaktoren** m_x , m_y sind stets positiv und bei einigen Transformationstypen gleich groß. $m_x = m_y = m > 1$ bedeutet, dass die Punkte durch die Transformation auseinandergezogen werden. Der oder die Gittermaßstabsfaktoren sind hierin noch nicht enthalten. Ändert man z.B. den Systemtyp von `Gitter` in `kartesisch`, ändern sich die berechneten Maßstabsfaktoren.



wie oben, aber Rotation ⇒ Scherung

Räumliche Transformationen (3D)

Alle Punkte müssen hierfür drei Koordinaten besitzen. Wird für den Transformationstyp `automatisch erkennen` gewählt, werden räumliche Transformationen immer dann berechnet, wenn diese Bedingung erfüllt ist, andernfalls ebene.

Wann immer möglich, wird im 3D-Fall Folgendes der Reihe nach berechnet:

Transformation	Parameter	Anzahl	ident.P.	Transformationsmatrix T	
Affin	t_x , t_y , t_z , m_x , m_y , m_z , ε_x , ε_y , ε_z , τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz}	12	≥ 4	ist eine allgemeine `3×3` Matrix	
9-Param. Typ 1	t_x , t_y , t_z , m_x , m_y , m_z , ε_x , ε_y , ε_z	9	≥ 3	hat orthogonale Zeilenvektoren	$T=MQ$
9-Param. Typ 2	t_x , t_y , t_z , ε_x , ε_y , ε_z , m_x , m_y , m_z	9	≥ 3	hat orthogonale Spaltenvektoren	$T=QM$
Helmert	t_x , t_y , t_z , m , ε_x , ε_y , ε_z	7	≥ 3	ist das skalare Vielfache einer Orthogonalmatrix	$T=mQ$
mit festem Maßstab	t_x , t_y , t_z , ε_x , ε_y , ε_z	6	≥ 3	ist eine Orthogonalmatrix	$T=Q$

Der **Translationsvektor** t und die Matrizen S, M haben folgende Darstellungen:

$$t = \begin{vmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{vmatrix} \qquad S = \begin{vmatrix} 1 & tan(\tau_{xy}) & tan(\tau_{xz}) \\ 0 & 1 & tan(\tau_{yz}) \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & f_{xy} & f_{xz} \\ 0 & 1 & f_{yz} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad M = \begin{vmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{vmatrix}$$

Die **3D-Scherung** beschrieben durch S kann man sich als eine Folge von drei ebenen Scherungen vorstellen, und zwar

1. eine Scherung von y- und z-Achse mit Scherwinkel τ_{yz}
2. eine Scherung von x- und z-Achse mit Scherwinkel τ_{xz}
3. eine Scherung von x- und y-Achse mit Scherwinkel τ_{xy}

Wenn man die erste und zweite oder die zweite und dritte ebene Scherung vertauscht, erhält man näherungsweise dieselben Schwerwinkel τ_{ij} , wenn diese klein sind. Im Berechungsprotokoll werden auch die Scherfaktoren $f_{ij} = tan(\tau_{ij})$ ausgewiesen.

Die **3D-Skalierung** hat bis zu drei Maßstabsfaktoren. Die beiden Maßstabsfaktoren bei ebenen Transformationen werden noch um einen dritten Maßstabsfaktor m_z ergänzt.

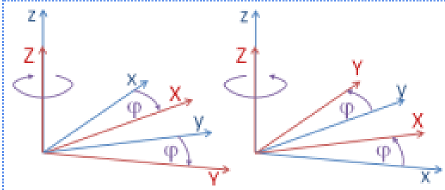
Die Matrix Q ist im Fall ohne Reflexion eine **Rotationsmatrix** und kann auf folgende drei verschiedenen Arten durch Parameter dargestellt werden:

(a) mit drei **Euler-Winkeln** $\varepsilon_x , \varepsilon_y , \varepsilon_z$:

$$Q=\begin{pmatrix} \cos\varepsilon_y \cdot \cos\varepsilon_z & \sin\varepsilon_x \cdot \sin\varepsilon_y \cdot \cos\varepsilon_z - \cos\varepsilon_x \cdot \sin\varepsilon_z & \sin\varepsilon_x \cdot \sin\varepsilon_z + \cos\varepsilon_x \cdot \sin\varepsilon_y \cdot \cos\varepsilon_z \\ \cos\varepsilon_y \cdot \sin\varepsilon_z & \cos\varepsilon_x \cdot \cos\varepsilon_z + \sin\varepsilon_x \cdot \sin\varepsilon_y \cdot \sin\varepsilon_z & \cos\varepsilon_x \cdot \sin\varepsilon_y \cdot \sin\varepsilon_z - \sin\varepsilon_x \cdot \cos\varepsilon_z \\ -\sin\varepsilon_y & \sin\varepsilon_x \cdot \cos\varepsilon_y & \cos\varepsilon_x \cdot \cos\varepsilon_y \end{pmatrix}$$

Die gesamte Rotation kann man in eine Folge von drei Rotationen um Koordinatenachsen zerlegen. Wir nutzen hier die geodätische Konvention:

1. Rotation um x-Achse, Rotationswinkel ε_x
2. Rotation um y-Achse, Rotationswinkel ε_y
3. Rotation um z-Achse, Rotationswinkel ε_z



Räumliches Linkssystem (links) und Rechtssystem (rechts), Rotation um z Achse

⚠ Es sind auch andere Festlegungen gebräuchlich, vor allem in nicht-geodätischen Bereichen.

(b) mit dem Quadrupel der **Einheitsquaternion** (q_0 , q_1 , q_2 , q_3) :

$$Q=\begin{pmatrix} q_0^2+q_1^2-q_2^2-q_3^2 & 2(q_1 \cdot q_2-q_0 \cdot q_3) & 2(q_1 \cdot q_3+q_0 \cdot q_2) \\ 2(q_1 \cdot q_2+q_0 \cdot q_3) & q_0^2-q_1^2+q_2^2-q_3^2 & 2(q_2 \cdot q_3-q_0 \cdot q_1) \\ 2(q_1 \cdot q_3-q_0 \cdot q_2) & 2(q_2 \cdot q_3+q_0 \cdot q_1) & q_0^2-q_1^2-q_2^2+q_3^2 \end{pmatrix}$$

Eine Quaternion erlaubt in vielen Fällen eine rechnerisch elegantere Beschreibung von Rotationen in drei Dimensionen, als Euler-Winkel. Die vier Parameter genügen der Bedingung $q_0^2+q_1^2+q_2^2+q_3^2=1$ (Einheitsquaternion).

(c) mit **Euler-Achse** (e_x , e_y , e_z) als Einheitsvektor und **Rotationswinkel** ε um diese Achse:

$$Q=\begin{pmatrix} \cos\varepsilon+e_x^2(1-\cos\varepsilon) & e_x e_y(1-\cos\varepsilon)-e_z\sin\varepsilon & e_x e_z(1-\cos\varepsilon)+e_y\sin\varepsilon \\ e_x e_y(1-\cos\varepsilon)+e_z\sin\varepsilon & \cos\varepsilon+e_y^2(1-\cos\varepsilon) & e_y e_z(1-\cos\varepsilon)-e_x\sin\varepsilon \\ e_x e_z(1-\cos\varepsilon)-e_y\sin\varepsilon & e_y e_z(1-\cos\varepsilon)+e_x\sin\varepsilon & \cos\varepsilon+e_z^2(1-\cos\varepsilon) \end{pmatrix}$$

Die Rotation wird hier um eine schräg im Raum liegende Achse durch den Koordinatenursprung beschrieben, die sogenannte Euler-Achse. Die Parameter genügen der Bedingung $e_x^2+e_y^2+e_z^2=1$ (Einheitsvektor).

Alle Winkel $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon$ werden zwischen `-π = -180° = -200 gon` und `π = 180° = 200 gon` in der gewählten Winkeleinheit berechnet. Sie sind

- bei Linkssystemen positiv im Uhrzeigersinn,
- bei Rechtssystemen positiv gegen den Uhrzeigersinn

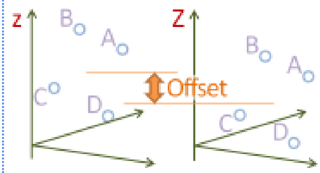
definiert. Der Blick ist hierfür entgegen der Rotationsachse gerichtet.

⚠ Es sind auch andere Festlegungen gebräuchlich, vor allem in nicht-geodätischen Bereichen.

Ist schließlich das Startsystem ein Linkssystem und das Zielsystem ein Rechtssystem oder umgekehrt, muss T zusätzlich noch eine Reflexion erzeugen. Das Anzeichen dafür ist $det(T)<0$. Wir erreichen dies durch Spiegelung an der yz-Ebene

Ebene Transformationen mit Ausgleich des vertikalen Offsets

Es wird in diesem Fall vorausgesetzt, dass die vertikalen Achsen (Z oder Höhe) beider Systeme parallel sind und denselben Maßstab haben. Aus allen identischen Punkten, die in beiden Systemen drei Koordinaten besitzen, wird der vertikale Offset berechnet. Mindestens einen solchen Punkt muss es geben. Mit diesem Offset werden nicht-identische Punkte ins jeweils andere System transformiert. Auf die anderen beiden Koordinaten werden möglichst alle oben genannten ebenen Transformationen angewendet.



Ausgleich des vertikalen Offsets

Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate

Sind mehr Koordinaten identischer Punkte vorhanden, als die Transformation Parameter besitzt (Redundanz), erfolgt die Ausgleichung durch die Methode der gewichteten kleinsten Quadrate. In diesem Fall werden Genauigkeitsmaße für die Koordinaten identischer Punkte benötigt, entweder als Standardabweichung σ oder als Gewicht p . Im ersten Fall wird ein Gewicht berechnet entsprechend $p=1/\sigma^2$. Es gibt hierzu zwei verschiedene Modi:

Einfache Gewichtung (Standardmodus)
: Genauigkeitsmaße können für alle gleichartigen Koordinaten gleich groß gewählt werden, so dass es bis zu sechs solche Maße geben kann.

Individuelle Gewichtung (Expertenmodus)
: Hiermit können Sie jeder Koordinate jedes identischen Punktes ein individuelles Genauigkeitsmaß zuweisen.

Gewicht	Std	Die zugehörige Koordinate wird zur Berechnung der Transformationsparameter
0	INF	nicht verwendet.
INF oder leeres Feld	0 oder leeres Feld	als Zwangsbedingung eingeführt.

Nach der Ausgleichung verbleiben häufig sogenannte Restklaffungen. Diese entsprechen betragsmäßig den Verbesserungen der Ausgleichung, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen:

Restklaffung = gegebene Koordinate − aus Transformationsparametern berechnete Koordinate

Unter der Motorhaube: Intern arbeitet IN DUBIO PRO GEO immer mit den Elementen von t und T als Ausgleichungsparameter. Das sind bei ebenen Transformationen immer 6 und bei räumlichen Transformationen immer 12 Parameter. Bei allen Nicht-Affintransformationen wird die Einschränkung auf spezielle Transformationsmatrizen T durch Bedingungsgleichungen für die Elemente von T vorgenommen. Erst nach der Ausgleichung werden daraus durch QR oder RQ-Faktorisierung von T die Maßstabs-, Scher- und Rotationsparameter berechnet. Insofern sind die Ausgleichungsparameter von den Transformationsparametern zu unterscheiden, außer bei der Affintransformation.

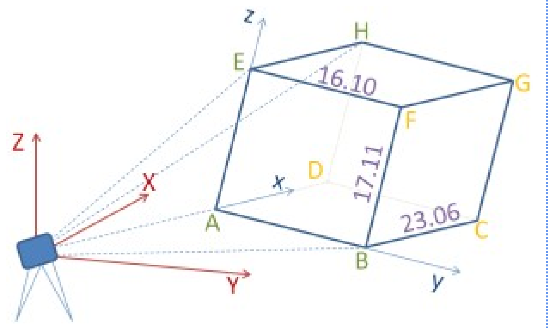
Parameter der Rücktransformation

Falls auch die Transformationsparameter der Rücktransformation vom Ziel- ins Startsystem gebraucht werden, kann die Transformationsrichtung durch Tauschen der Systeme geändert werden. Beachten Sie, dass die Parameter der umgekehrten Transformationen nicht immer durch Ändern der Vorzeichen der Winkel und durch Invertierung der Maßstabsfaktoren erhalten werden.

Beispiel: Quader aus vier Eckpunkten

Vier Eckpunkte A,B,E,H eines schräg im Raum liegenden Quaders ABCDEFGH wurden mit Tachymeter gemessen (⇒ Abbildung). Mit einer Standardabweichung von 0.02 wurden die folgenden Koordinaten im Standpunktsystem (kartesisches Linkssystem) X,Y,Z erhalten:

	X	Y	Z
A	14.029	17.058	8.073
B	23.616	29.751	5.516
E	14.272	20.210	24.880
H	32.863	6.7372	27.163



Quader aus vier Eckpunkten

Für die nicht anzielbaren Punkte C,D,F,G des Quaders sollen die Koordinaten im selben System bestimmt werden.

Wir führen zusätzlich zum Standpunktsystem ein Objektkoordinatensystem x,y,z wie oben abgebildet als kartesisches Linkssystem mit Achsen entlang der Kanten des Quaders ein. Allerdings sind die Kantenlängen nicht bekannt. (Die Werte in der Abbildung oben stellen die richtige Lösung dar.) So nehmen wir diese Längen als unbekannte Einheiten der Koordinatenachsen. ⚠ Damit wird für jede Koordinatenachse eine andere Längeneinheit festgelegt. Nun weisen wir den Punkten A…H die rechts gegebenen Objektkoordinaten zu. Diese nehmen wir als fehlerfrei an.

Objekt-koordinaten

	x	y	z
A	0	0	0
B	0	1	0
C	1	1	0
D	1	0	0
E	0	0	1
F	0	1	1
G	1	1	1
H	1	0	1

Die räumliche Transformation vom Objektsystem ins Standpunktsystem muss

1. drei Maßstabsänderungen der Achsen x,y,z und danach
2. eine Rotation um die Euler-Achse oder
   drei Rotationen um Koordinatenachsen x,y,z

bewirken. Die passende Transformation ist also eine **9-Parameter-Transformation Typ 2**.

Beispiel laden und „Rechnen“

Aus diesen Koordinaten kann nur die Affintransformation und die 9 Parameter Transformation Typ 2 sinnvoll berechnet werden. Für die anderen Transformationen passen die identischen Punkte nicht näherungsweise zusammen (große Restklaffungen).

Ergebnis für die 9 Parameter Transformation Typ 2 (3 Maßstäbe ⇒ Rotation)

Die Methode der Kleinsten Quadrate konvergierte nach 3 Iterationen.

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14.0401824 \\ 17.0409621 \\ 8.06932903 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 18.5716594 & 9.56082510 & 0.24339293 \\ -13.4982723 & 12.7222350 & 3.18419440 \\ 2.28831472 & -2.54868580 & 16.8075275 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

berechn.		**Objektsystem**			**Standpunktsystem**	
Punkte	**x**	**y**	**z**	**X**	**Y**	**Z**
A	0	0	0	14.0401824	17.0409621	8.0693290
B	0	1.00000000	0	23.6010075	29.7631971	5.5206432
C	1.00000000	1.00000000	0	42.1726669	16.2649248	7.8089579
D	1.00000000	0	0	32.6118418	3.5426898	10.3576437
E	0	0	1.00000000	14.2835753	20.2251565	24.8768565
F	0	1.00000000	1.00000000	23.8444004	32.9473915	22.3281707
G	1.00000000	1.00000000	1.00000000	42.4160598	19.4491192	24.6164854
H	1.00000000	0	1.00000000	32.8552347	6.7268842	27.1651712
Restkl.	**x**	**y**	**z**	**X**	**Y**	**Z**
A	0	0	0	-0.0112	0.0170	0.0037
B	0	0	0	0.0150	-0.0122	-0.0046
E	0	0	0	-0.0116	-0.0152	0.0031
H	0	0	0	0.0078	0.0103	-0.0022

Die Restklaffungen der Objektsystemkoordinaten x,y,z sind Null, weil diese als fehlerfrei gelten. Die Restklaffungen der Standpunktsystemkoordinaten X,Y,Z betragen maximal `0.017` und sind somit plausibel.

Aufgabe: Weisen Sie nach, dass die neuen Standpunktsystemkoordinaten X,Y,Z der 9-Parameter-Transformation Typ 2 genau einen Quader bilden. Hinweis: Koordinaten speichern und in Räumliche Polygone berechnen. Überzeugen Sie sich, dass das mit der Affintransformation nur näherungsweise der Fall wäre.

Aufgabe: Nutzen Sie die Schaltfläche Tausche Systeme, um die entgegengesetzte Transformation zu berechnen. (Javascript darf nicht deaktiviert sein.) Beachten Sie, dass die 9-Parameter-Transformation Typ 1 nun die gesuchte Transformation ist. Die Neupunktkoordinaten sind identisch.

Auch interessant

X

Koordinatenlisten
Hansensche Aufgabe
Transf. über Parameter
Rechteck durch fünf Punkte
Zylinder durch sieben Punkte
Gleichseitiges Dreieck-Raster
Ebene Geodätische Berechnungen
Transf. über identische Punkte
Räumliche Geodätische Berechnungen

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Satzmessungen

Seiteninhalt

Auf einem Standpunkt können zu Zielpunkten Messungen in mehreren Sätzen vorliegen. Messwerte können in beliebiger Reihenfolge vorliegen und beliebig fehlen. Satzmittel, Instrumentenfehler und Genauigkeitsschätzungen werden berechnet. Die Ergebnisse können mit anderen IN DUBIO PRO GEO Rechenwerkzeugen weiter verarbeitet werden.

Einführung

Bei Tachymeter- oder Theodolitmessungen werden Zielpunkte von einem Standpunkt oft nicht nur einmal angezielt und gemessen, sondern **mehrfach und in beiden Fernrohrlagen**. Solche Messungen nennt man **Satzmessungen**. IN DUBIO PRO GEO berechnet hierfür auf der Grundlage der Geodätischen Ausgleichung die beste Lösung für die Richtungen und Distanzen sowie für die Instrumentenfehler des Tachymeters oder Theodolits. Während der Messung darf der Teilkreis nicht verstellt worden sein, wie es bei älteren Theodoliten möglich ist. Die gesamte Messung muss mit demselben Instrument durchgeführt und darf zeitlich nicht unterbrochen worden sein, so dass Instrumentenfehler als konstant angenommen werden können. Wenn steile Zielungen vorgenommen werden, sollte das Instrument keinen unkorrigierten Kippachsfehler aufweisen.

Messwerte

Messwerte werden als Messwertlisten angegeben. Für die Auswertung der Messungen spielt die Reihenfolge der Zeilen in der Messwertliste überhaupt keine Rolle. Jedoch wird für die praktische Messung empfohlen, die klassische Reihenfolge einzuhalten: In jedem Satz sollen alle Ziele zuerst im Uhrzeigersinn in der Fernrohrlage I und dann in umgekehrter Reihenfolge in Fernrohrlage II gemessen werden. Messwerte können außerdem **fast beliebig fehlen** . Das kann entweder durch eliminierte grobe Fehler oder durch vergessene Anzielungen passieren.

Zu jeder Horizontalrichtung r muss ein Zenitwinkel v vorhanden sein, damit berechnet werden kann, wie sich ein Zielachsfehler auf diese Messung auswirkt. Der Einfluss des Zielachsfehlers ist jedoch nur geringfügig zenitwinkelabhängig, so dass ein Näherungswert ausreicht, z.B. 100 gon = 90° oder 300 gon = 270° bei nahezu horizontalen Zielungen. Außerdem wird für mindestens einen Zielpunkt die Anzielung in beiden Fernrohrlagen verlangt, sonst sind keine Instrumentenfehler berechenbar. Im Normalfall sollten für alle Zielpunkte Anzielungen in beiden Fernrohrlagen vorliegen.

Distanzen können Schrägdistanzen s oder Horizontaldistanzen e sein.

Alle Zielhöhen th derselben Zielpunkte müssen, sofern mehrfach angegeben, übereinstimmen. Sind nur bei einigen Anzielungen Zielhöhen spezifiziert, so wird angenommen, dass diese in den anderen Anzielungen desselben Zielpunktes dieselben Werte haben. Fehlen für einen Zielpunkt die Zielhöhen überall, dann bleibt die Zielhöhe des Punktes undefiniert.

Satzmittel und Genauigkeitsmaße

Die Satzmittel der Horizontalrichtungen $\bar{r}$ und der Zenitwinkel $\bar{v}$ werden durch zwei getrennte **vermittelnde Ausgleichungen** berechnet. Die erhaltenen Genauigkeiten der Satzmittel sind daher etwas höher als bei der klassischen Handauswertung. (Diese ist leider auch in vielen Computerprogrammen implementiert.) Alle Horizontalrichtungen werden gleich gewichtet und alle Zenitwinkel ebenso. Im Ergebnis der beiden Ausgleichungen werden auch a posteriori Standardabweichungen der Messwerte $\sigma_{\bar{r}}$, $\sigma_{\bar{v}}$ und der Satzmittel $\overline{\sigma_{\bar{r}}}$, $\overline{\sigma_{\bar{v}}}$ erhalten. Ist eine Satzmessung vollständig, d.h. fehlen keine Messwerte, dann sind die Standardabweichungen der Satzmittel aller Horizontalrichtungen identisch, und ebenso aller Zenitwinkel.

Für **Distanzen** werden keine Standardabweichungen berechnet, da elektronische Distanzmessung hauptsächlich systematische Messabweichungen aufweisen, so dass diese Genauigkeitsmaße viel zu optimistisch sind. Statt dessen werden Satzmittel $\bar{s}$ oder $\bar{e}$ und Spannweiten Δs oder Δe berechnet.

Instrumentelle Korrektionen

Das Instrument weist typischerweise sogenannte Instrumentenfehler auf. Aus den Messwerten können Korrektionen für zwei Arten von solchen Fehlern bestimmt werden: **Zielachsfehler** c und **Höhenindexfehler** i . Je mehr und je öfter Ziele in beiden Fernrohrlagen gemessen wurden, desto höher wird die Genauigkeit der berechneten instrumentellen Korrektionen. Die Satzmittel sind wegen dieser Fehler schon korrigiert. Will man weitere Messwerte r',v' korrigieren, dann berechnet man

in Fernrohrlage I $r = r' + c / sin(v) \quad v = v' + i$

in Fernrohrlage II $r = r' - c / sin(v) \quad v = v' - i$

Beachten Sie, dass die erhaltenen Zahlenwerte also die Korrektionen in Fernrohrlage I darstellen. (''Fehler'' hätten eigentlich das entgegengesetzte Vorzeichen.) Sind an den Messwerten schon Korrektionen für solche Fehler angebracht worden, dann werden nur die Änderungen zu diesen Korrektionen erhalten.

Kippachsfehler werden nicht ermittelt, weil hierzu ausschließlich steile Zielungen erforderlich sind, die bei normalen Satzmessungen selten anfallen.

Weitere Berechnungen mit Satzmitteln

Satzmittel können in den Universalrechner übernommen werden, um weitere Berechnungen damit anzustellen, z.B. Koordinaten des Standpunktes und/oder einiger Zielpunkte zu bestimmen. Liegt noch keine Messwertliste im Universalrechner vor, dann kann eine solche aus den Satzmitteln erzeugt werden. Andernfalls kann diese durch die aktuellen Satzmittel überschrieben werden, oder die Satzmittel werden als neue

Stationsaufstellung an die Messwertliste angehängt. Im letzten Fall werden nur die Daten angehängt, die in die aktuelle Formatspezifikation von Stand- und Zielpunktzeile des Universalrechners passen.

⚠ Beachten Sie, dass einige Daten vielleicht nicht übernommen werden. Wenn nur die Reihenfolge der Daten in den Zielpunktzeilen nicht übereinstimmt, wird diese angepasst. Im Idealfall wählen Sie die Formate der Zielpunktzeilen übereinstimmend.

Satzmessungen könnten auch direkt im Universalrechner ausgewertet werden, allerdings werden dann keine Instrumentenfehler und keine Standardabweichungen berechnet. Die Genauigkeit der Ergebnisse ist dann normalerweise niedriger.

Trick: Laden von Ausgleichungsmodellen in „Vermittelnde Ausgleichung“

Höhennetze und Satzmessungen können mit Vermittelnde Ausgleichung neu ausgeglichen werden. Das bietet folgende Vorteile:

- Gewichte können verändert werden. Z.B. können Zielpunkte, die sich schlecht anzielen lassen, mit niedrigerem Gewicht in die Ausgleichung eingehen.
- Ausreißer können mittels w- oder τ-Test automatisch erkannt werden.
- Die Genauigkeit kann gegen einen theoretischen Wert getestet werden. Z.B. kann statistisch überprüft werden, ob die vom Hersteller des Instruments angegebene Genauigkeit erreicht wurde.
- Redundanzanteile, die vollen Kofaktormatrizen und andere interessierende Werte werden ausgegeben.
- Für viele Werte werden auf Wunsch mehr Ziffern ausgegeben.

Demnächst werden noch mehr Werkzeuge diese Option bieten.

Die Parameter der Ausgleichung sind die Satzmittel in der Reihenfolge wie in der Satzmitteltabelle mit angehängtem Instrumentenfehler, entweder Zielachsfehler c oder Höhenindexfehler i. Die Beobachtungen sind die gemessenen Richtungen oder Zenitwinkel in der Reihenfolge wie im Messwerteingabefeld.

Beispiel: Reine Horizontalrichtungsauswertung

Wird nur die Auswertung der Horizontalrichtungen gewünscht und liegen ausschließlich flache Zielungen vor, dann können

- bei allen Zielungen in Fernrohrlage I die Zenitwinkel `100 gon = 90°` und
- bei allen Zielungen in Fernrohrlage II die Zenitwinkel `300 gon = 270°`

angegeben werden. Folgende Horizontalrichtungen (ausschließlich flache Zielungen) auf Standpunkt S0, von denen ein Messwert offenbar durch eine Zielpunktverwechslung grob falsch ist, sollen ausgewertet werden:

Ziel-	Satz 1 [gon]		Satz 2 [gon]	
punkt	Fernrohrlage I	Fernrohrlage II	Fernrohrlage I	Fernrohrlage II
T1	16.1063	216.1104	16.1083	216.1139
T2	~~17.1165~~	223.0712	23.0697	223.0787
T3	91.0214	291.0277	91.0312	291.0303

Beispiel laden und „Rechnen“

Im Ergebnis werden für die drei Satzmittel erhalten: `16.10973 gon; 23.07251 gon; 91.02765 gon` . Die a posteriori Standardabweichung des Mittels zweier Fernrohrlagen wird mit `2.6 mgon` ermittelt. Die a posteriori Standardabweichungen der Satzmittel liegen bei `1.8 mgon` für T1 und T3 und bei `2.1 mgon` für T2. Dieser letzte Wert ist etwas schlechter wegen des fehlenden Messwerts. Die drei nicht grob falschen Messwerte für T2 wurden aber benutzt. Die Standardabweichungen der Zenitwinkel sind alle Null, weil es fingierte Messwerte sind, und müssen ignoriert werden.

Aufgabe: Laden Sie das Ausgleichungsmodell mit der Schaltfläche Horizontalrichtungen in Vermittelnde Ausgleichung und testen Sie, ob die Herstellerangabe einer a priori Standardabweichung für das Mittel aus zwei Fernrohrlagen von `2 mgon` (entspricht einer a priori Standardabweichung für die unkorrigierte Einzelmessung von `2.8 mgon`) mit einer Wahrscheinlichkeit für Entscheidungsfehler erster Art von `0.01` als erreicht gelten kann. Überprüfen Sie gleichzeitig, dass dabei keine weiteren grob falschen Messwerte gefunden werden.

Beispiel: Zenitwinkelauswertung mit Schrägdistanzen

Wird nur die Auswertung der Zenitwinkel gewünscht, dann können alle anderen Messwerte weggelassen werden.

Im folgenden Beispiel sind auf dem Standpunkt S0 Vertikalwinkel in zwei Fernrohrlagen und Schrägdistanzen gemessen:

Ziel-	Zenitwinkel [gon]		Schrägdistanz		Ziel-
punkt	Fernrohrlage I	Fernrohrlage II	Fernrohrlage I	Fernrohrlage II	höhe
T1	90.1866	309.8157	17.589	17.590	1.40
T2	98.5077	301.4979	23.697	23.697	1.40
T3	94.9949	305.0066	14.291	14.294	1.40

Beispiel laden und „Rechnen"

Im Ergebnis werden für die drei Satzmittel erhalten: `90.18545 gon; 98.50490 gon; 94.99415 gon`. Die a posteriori Standardabweichung des Mittels zweier Fernrohrlagen wird mit `1.1 mgon` ermittelt. Die a posteriori Standardabweichung der Satzmittel hat denselben Wert, weil nur ein Satz gemessen wurde und dieser vollständig ist. Der Höhenindexfehler beträgt `-1.6 mgon` und seine a posteriori Standardabweichung wird mit `0.6 mgon` erhalten. Horizontalrichtungen und Zielachsfehler werden nicht berechnet.

Aufgabe: Übernehmen Sie die Satzmittel mit der Schaltfläche Satzmittel übernehmen oder Überschreibe bisherige Liste in Universalrechner und fügen Sie dort noch irgendwelche drei Koordinaten für den Standpunkt S0 sowie Instrumenten- und Zielhöhen hinzu. Starten Sie die Berechnung und nehmen Sie zur Kenntnis, dass auch für die Zielpunkte Höhen berechnet werden. Hätte der Standpunkt z.B. die Höhe `100.0000` erhalten und wären sowie Instrumenten- und Zielhöhen Null gesetzt, so lauteten die Höhen der Zielpunkte `101.30 99.15 99.72`. Genauso wären auch für gegebene Koordinaten eines Zielpunktes Höhen für alle übrigen Punkte berechnet worden.

Beispiel: Gemeinsame Auswertung aller Messungen

Die Messungen der beiden vorangegangenen Beispiele können auch in eine gemeinsame Auswertung eingeführt werden. Der zweite Satz der Horizontalrichtungen muss aber entfallen, weil dafür jetzt keine fingierten Zenitwinkel eingeführt werden können. Allenfalls könnte man die Zenitwinkel aus dem ersten Satz wiederholen, das würde die Satzmittel nicht verändern, aber deren Standardabweichungen würden zu gering berechnet. Weil bei einer Zielpunktzeile jetzt eine Horizontalrichtung fehlt, könnte man die Spalte mit den Horizontalrichtungen ans Ende der Messwertliste bringen. Das muss aber nicht sein, wenn man den fehlenden Messwert leer lässt. Hierzu notiert man in der Messwertliste mit '';;'', also zwei Trennzeichen, die nicht zu einem zusammengefasst werden.

Beispiel laden und „Rechnen“

Aufgabe: Wiederholen Sie die Aufgaben aus den vorangegangenen Beispielen mit den Gesamtdaten.
Obwohl nur ein Horizontalrichtungssatz vorliegt und dieser auch noch unvollständig ist, ist eine Ausgleichung möglich. Die Gesamtredundanz beträgt allerdings nur 1, so dass die Ausgleichungsergebnisse wenig zuverlässig sind. Beachten Sie, dass die Horizontalrichtung zum Punkt T2 nun völlig unkontrollierbar ist.
Im Universalrechner werden die Zielpunktkoordinaten jetzt vollständig im lokalen Standpunktsystem (X-Achse nach Teilkreisnull) berechnet. Bei Standpunktkoordinaten `s0 100.000 100.000 100.000` erhält man z.B.

PName	X	Y	Z
T1	116.827452	104.351096	102.910984
T2	122.152065	108.397866	100.766472
T3	102.002168	114.106965	101.332686

Auch interessant

Polygonzüge Messwertlisten Universalrechner
Polygonzüge Erste Schritte Standpunktzentrierung
Satzmessungen Universalrechner IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:52 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Standpunktzentrierung

Seiteninhalt

Exzentrisch gemessene Sätze von polaren Messwerten werden rechnerisch auf ein neues Zentrum übertragen. Man erhält die Werte, die man auf dem Zentrum gemessen hätte, wahlweise einschließlich einer Fehlerfortpflanzung. Wenn alle erforderlichen Werte gegeben werden, wird eine räumliche Zentrierung berechnet.

Einführung

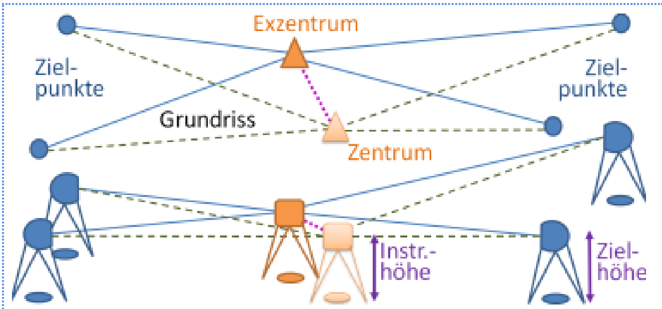
Oft kann tachymetrisch z.B. wegen Aufstell- oder Sichthindernissen nicht auf den gewünschten Standpunkten gemessen werden. Dann führt man die Messungen auf dem nächstmöglichen benachbarten Punkt aus und berechnet danach eine Standpunktzentrierung.

Die Zentrierungsrechnung verschlechtert naturgemäß die Genauigkeit der Messwerte etwas. Dieser Effekt kann durch Fehlerfortpflanzung berechnet werden. Die Berechnung ist allerdings ungenau für steile Zielungen, was durch eine Warnung angezeigt wird.

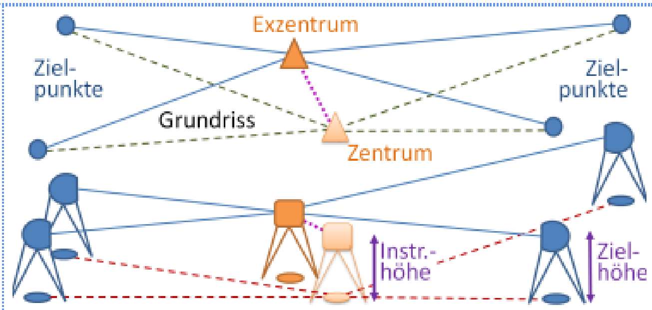
Vertikale Zentrierung

Für räumliche Zentrierungen stehen zwei Optionen zur Verfügung:

Vertikale Zentrierung auf



Die zentr. Werte beziehen sich auf die anvisierten Messmarken.



Die zentr. Werte beziehen sich auf die eigentlichen Punkte.

anvisierte Messmarken
: Die zentrischen Rechenergebnisse beziehen sich auf die anvisierten Messmarken. Die gegebenen Zielhöhen (oder der Ausfallwert) werden nicht benutzt, aber ggf. durchgeleitet, wenn die Ergebnisse weiter verwendet werden sollen, z.B. im Universalrechner.

eigentliche Punkte
: Die zentrischen Rechenergebnisse beziehen sich auf die eigentlichen Punkte unterhalb der anvisierten Messmarken (oder oberhalb, wenn die Zielhöhe negativ ist). Die gegebenen Zielhöhen (oder der Ausfallwert) werden subtrahiert.

Diese Auswahl ist nur bei räumlicher Zentrierung wirksam. Wenn die Instrumenten- und Zielhöhen alle Null sind, gibt es hier keinen Unterschied.

☰ Beispiel: Exzentrische Richtungsmessungen zu Fernzielen

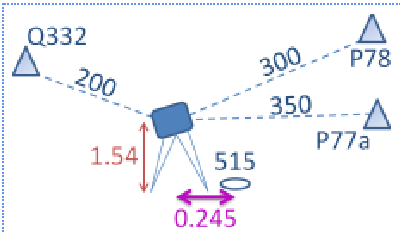
Richtungs- und Zenitwinkelmessungen zu Fernzielen `Q332, P77a, P78` wurden gemacht, aber nicht auf dem eigentlich gewünschten Standpunkt `551`, sondern wegen eines Hindernisses geringfügig daneben, also **exzentrisch**. Die Zielweiten sind näherungsweise bekannt.

Wir versuchen, Messwerte zu erzeugen, wie wir sie erhalten hätten, wenn wir auf dem eigentlich gewünschten Standpunkt `551` in derselben Instrumentenhöhe gemessen hätten. Alle Zielhöhen sind Null, was über den Ausfallwert spezifiziert wird. In diesem Fall sind die beiden Optionen für die ⇑Vertikale Zentrierung gleichwertig.

```
Q332   0.000 97.636 200 // Ausfallzielhöhe
P77a 177.565 98.955 350 // wird auf 0.000
P78  191.295 93.342 300 // gesetzt

515  210     100    0.245 1.54 // gewünschtes
                               // Zentrum
```

Messwertlisten, Winkeleinheit: Gon
Spaltenformat: Punktname Horizontalrichtung, Zenitwinkel, Schrägdistanz, Zielhöhe



Exzentrische Richtungsmessungen zu Fernzielen

Die Zentrierungsrechnung verschlechtert naturgemäß die Genauigkeit der Messwerte etwas. Wir wollen ermitteln, wieviel das ausmacht. Hierzu führen wir eine Fehlerfortpflanzung durch. Die Standardabweichung von Richtungsmessungen zu Fernzielen wird mit `0.002 gon` angenommen. Unsere Distanzen zu Fernzielen sind nur grobe Näherungen, so dass ihnen eine Standardabweichung von `10` zugeordnet wird. Die Exzentrizität `0.245` hingegen wird sehr genau benötigt, ihre Standardabweichung beträgt `0.005`. Die Horizontalrichtung vom Exzentrum zum Zentrum kann wegen der geringen Exzentrizität recht ungenau sein. Die Standardabweichung wird mit `5.0 gon` angenommen. Der Zenitwinkel wurde mit exakt `100 gon` festgelegt und ist also fehlerfrei.

Beispiel laden und „Rechnen"

Wir erhalten die rechts stehenden zentrischen Rechenergebnisse. Die Standardabweichungen der Horizontalrichtungen vergrößern sich auf `0.005…0.007 gon`. Durch Ändern der Eingaben stellt man fest, dass dafür im Wesentlichen die Standardabweichung der Horizontalrichtung vom Exzentrum zum Zentrum von `5.0 gon` verantwortlich ist. Bei den Zenitwinkeln ändert sich nichts.

Ziel-Pname	Horizontal-richtung	Zenit-winkel
Q332	0.0122	97.63886
P77a	177.5432	98.95436
P78	191.2798	93.33680

☰ Auch interessant

X

Polygonzüge | Satzmessungen | Universalrechner
Polygonzüge | Messwertlisten | Fehlerfortpflanzung
Satzmessungen | Universalrechner | Standpunktzentrierung

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Atmosphärische EDM-Korrektion

Seiteninhalt

x

Die Refraktivität der Luft für gegebene atmosphärische Bedingungen im sichtbaren und nahen infraroten Spektrum wird berechnet, wahlweise einschließlich einer Fehlerfortpflanzung. Ein Distanzmesswert kann korrigiert werden.

x

☰ Einführung

Die Verfahren der Elektronischen Distanzmessung (EDM) sind die wichtigsten modernen geodätischen Distanzmessverfahren. Diese kommen vor allem in der Tachymetrie (Totalstationen) und beim Laserscanning zum Einsatz. In jedem Fall wird die **Ausbreitungsgeschwindigkeit der Trägerwelle** benötigt. Je länger die zu messende Distanz und je höher die Genauigkeitsforderung für den Distanzmesswert, desto genauer muss diese bekannt sein oder bestimmt werden. Sie hängt mehr oder weniger von folgenden Größen ab:

- Trägerwellenlänge des EDM λ
- Lufttemperatur t
- Luftdruck p
- Luftfeuchtigkeit

Aus diesen Größen kann die Refraktivität der Luft und daraus die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Bereich der Gültigkeit ihrer Werte berechnet werden. Diese Aufgabe übernimmt das Rechenwerkzeug Atmosphärische Korrektion.

☰ Trägerwellenlängen ausgewählter EDM

Heute werden praktisch nur noch EDM eingesetzt, die mit Lichtwellen im roten oder nahen infraroten (NIR) Spektralbereich arbeiten.

Spektralbereich: Rot, sichtbar		Spektralbereich: nahes Infrarot (NIR)	
EDM/Tachymeter/Totalstation	**nm**	**EDM/Tachymeter/Totalstation**	**nm**
Kern Mekometer ME5000	633	Leica TC 2003	850
Leica TC 400 / TC 800	658	Leica TC 110	850
Leica TS30 / TM30 / TS02	658	Leica TDA / TMA 5005	850
Trimble S8	660	Trimble 3300	860
Leica TPS 110 / 1100 / 1200	670	ZEISS Rec Elta	860

(ohne Prismen+LongRange)		ZEISS ELTA4	869
Leica TPS 110 / 1100 / 1200	780	Trimble S6	870
(auf Prismen)		ZEISS ELTA3	910

Lufttemperatur und Luftdruck

Zum Zeitpunkt der Messung muss die Temperatur der trockenen Luft (Trockentemperatur) und der Luftdruck entlang des Signalweges des EDM bekannt sein oder bestimmt werden. Kritisch ist hier vor allem die Lufttemperatur, weil diese relativ genau benötigt wird, aber kaum über längere Signalwege hinweg konstant ist. Zudem ändert sich die Lufttemperatur zeitlich. Optimal wäre das Messen von Lufttemperatur und Luftdruck an gleichmäßig über den Signalweg verteilten Punkten und das Bilden von repräsentativen Mittelwerten dieser Größen. Leider ist diese Maßnahme zu aufwändig im Verhältnis zum Nutzen, so dass sie in der Regel unterbleibt. Für kurze Distanzen werden nur die atmosphärischen Messwerte am Instrument verwendet.

Eine Temperaturabweichung von 1 Kelvin oder eine Druckabweichung von 3 hPa bewirken eine Distanzabweichung von etwa `1 ppm = 1 mm/km`.

Luftfeuchtigkeit

Die Luftfeuchtigkeit ist nur bei Messungen höchster Genauigkeit oder bei sehr feuchtem oder heißem Wetter relevant. Wahlweise ist eine der folgenden Angaben möglich:

Maß für die Luftfeuchtigkeit	Symbol	Einheit
Partialdruck des Wasserdampfes	e	hPa (Hektopascal)
relative Luftfeuchtigkeit	h	% (Prozent)
Feuchttemperatur	θ	°C (Celsius)

Steht die Information nicht zur Verfügung, sollte die relative Luftfeuchtigkeit auf dem Vorgabewert 60% belassen werden. Dieser Wert verursacht einen Distanzfehler von maximal `2 ppm = 2 mm/km` (Quelle: Leica Geosystems).

Normalatmosphäre und zu korrigierender Distanzmesswert

Oft liegt ein unkorrigierter Distanzmesswert vor, der zu korrigieren ist. Diese Korrektur kann automatisch vorgenommen werden. Dieser Wert bezieht sich

- entweder auf **mittlere** atmosphärische Verhältnisse, die (oft vom EDM-Hersteller individuell festgelegte) **Normalatmosphäre** , um für niedrige Genauigkeitsansprüche nicht korrigiert werden zu müssen,
- oder auf irgendwelche **falschen** atmosphärischen Verhältnisse, weil die richtigen bei der Messung unbekannt waren oder nicht berücksichtigt werden konnten oder ein Irrtum vorlag.

Für die Korrektur ist es erforderlich, von dieser Atmosphäre die Gruppenrefraktivität zu kennen. Entweder gibt der Hersteller des EDM die Gruppenrefraktivität der Normalatmosphäre an, oder Temperatur, Druck und Feuchtigkeit der Atmosphäre, für die der unkorrigierte Distanzmesswert gelten würde, sind bekannt. Im zweiten Fall kann die Gruppenrefraktivität in einer vorgeschalteten Berechnung in Atmosphärische Korrektion ermittelt werden.

Formeln

Wir benutzen die von Buck (1981) und Rüeger (2002, p. 87) empfohlenen Formeln:

$$N_{gr} = 287.6155 + \frac{4.88660}{\lambda^2} + \frac{0.06800}{\lambda^4} \qquad e = \frac{h}{100} \cdot 10^x$$

$$N_{ph} = 287.6155 + \frac{1.62887}{\lambda^2} + \frac{0.01360}{\lambda^4} \qquad x = \frac{7.5 \cdot t}{237.3+t} + 0.7857$$

$$N_L = \frac{273.15}{1013.25} \cdot \frac{N_{gr} \cdot p}{273.15+t} - \frac{11.27 \cdot e}{273.15+t} \qquad e_w = 6.112 \cdot \exp \frac{17.502 \cdot \theta}{240.97+\theta}$$

$$ppm = (N_o - N_L) \; / \; (1+N_L \cdot 10^{-6}) \qquad e = e_w - p \cdot (t-\theta) \cdot 0.00066 \cdot (1+0.00115 \cdot \theta)$$

$$D = D' \cdot (1+ppm \cdot 10^{-6})$$

Symbole:

N_{gr}, N_{ph}	Gruppenrefraktivität und Phasenrefraktivität der Standardatmosphäre ($t = 0°C, p = 1013.25\ hPa, e = 0\ hPa$, CO2-Gehalt 0,0375%)		
λ	Trägerwellenlänge in µm	t	Trockenlufttemperatur in °C
p	Luftdruck in hPa	e	Partialdruck des Wasserdampfes in hPa
h	Luftfeuchtigkeit in %	x	Hilfsvariable
N_L	Gruppenrefraktivität der tatsächlichen Atmosphäre	ppm	Distanzkorrektion in ppm
N_o	Gruppenrefraktivität der Normalatmosphäre	θ	Feuchttemperatur
D',D	unkorrigierter und korrigierter Distanzwert in m	e_w	Sättigungsdampfdruck zur Feuchttemperatur in hPa

☰ Beispiel: Leica TS30, Korrektur irrtümlicher Einstellungen

Mit dem Tachymeter TS30 (Hersteller: Leica Geosystems, koaxialer sichtbarer Rotlaser, $\lambda = 658\ nm = 0{,}658\ \mu m$) wurde eine Distanzmessung irrtümlich mit den Einstellungen

$$t = 12°C,\ p = 1013.25\ hPa,\ h = 60\ \%$$

vorgenommen und berechnet. Das Ergebnis war $D'=175.989$. Tatsächlich herrschten aber zum Zeitpunkt der Messung entlang des Signalweges folgende Bedingungen:

$$t = 23°C,\ p = 990.7\ hPa,\ h = 20\ \%$$

Die korrigierte Distanz soll bestimmt werden.

Zunächst muss die Gruppenrefraktivität N_o der Atmosphäre berechnet werden, auf die sich der Distanzmesswert D' bezieht (Normalatmosphäre). Das Ergebnis ist `286.34`.

Beispiel laden und „Rechnen"

Danach wird die Gruppenrefraktivität der realen Atmosphäre N_L berechnet. Gleichzeitig wird dabei der Distanzmesswert korrigiert.

Beispiel laden und „Rechnen“

Das Korrektionsergebnis hat einen Wert von **+16.7 ppm** , das entspricht **+2.9 mm** . Die korrigierte Distanz beträgt also **175.9919 m** . Schließlich interessieren wir uns dafür, welchen Einfluss Abweichungen in den atmosphärischen Parametern auf die Korrektion hätten. Nehmen wir folgende maximalen absoluten Abweichungen an:

$$\Delta t = 2°C,\ \Delta p = 10\ hPa,\ \Delta h = 20\ \%$$

Beispiel laden und „Rechnen“

Durch Fehlerfortpflanzung erhalten wir für die maximale Abweichung des Korrektionsergebnisses den Wert **4.8 ppm** bzw. **0.84 mm**.

Aufgabe: Ermitteln Sie, welchen Anteil an dieser Abweichung allein die Abweichung der Luftfeuchtigkeit hat.

Schon gewusst? *Die Refraktivität N steht mit dem Brechungsindex n in der Beziehung* ***$N=(n-1)\cdot 10^6$***. x

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:52 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Polygonzüge

Seiteninhalt

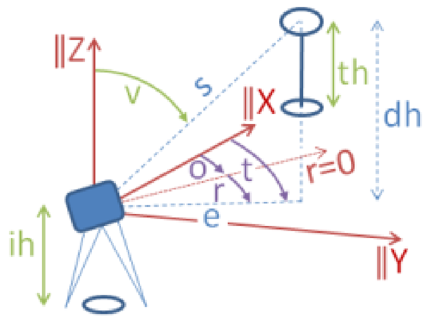
x

x

Aus Punktkoordinaten und polaren Messwerten wird versucht, einen klassischen Polygonzug mit Verteilung der Widersprüche zu berechnen. In beliebigen Messwerten wird der längstmögliche Polygonzug erkannt. Was auf irgendeine Art sinnvoll auswertbar ist, wird ausgewertet.

Was ist ein auswertbarer Polygonzug?

Ein Polygonzug besteht aus einer Folge von Punkten, in der aufeinanderfolgende Punkte immer durch gemessene Distanzen sowie Richtungen und Gegenrichtungen verbunden sind. Für einen oder mehrere dieser Punkte müssen Koordinaten (2D oder 3D) gegeben sein. Diese Punkte können an beliebigen Stellen des Polygonzuges angeordnet sein (Anfang und/oder Ende und/oder dazwischen). Auf einigen Punkten kann ein Orientierungswinkel gegeben sein, oder ein solcher ist aus Richtungsmessungen zwischen bekannten Punkten berechenbar. Diese Punkte können gleichfalls an beliebigen Stellen des Polygonzuges angeordnet sein.



Koordinaten und polare Messwerte

Möchten Sie einen **freien Polygonzug** auswerten, der keine Punkte mit bekannten Koordinaten hat, so führen Sie selbst ein lokales Koordinatensystem ein, indem Sie einem Punkt beliebige Koordinaten zuweisen. Sie erhalten die Neupunkte dann in diesem Koordinatensystem.

Ist nur **ein einziger** Punkt mit bekannten Koordinaten gegeben und dort kein Orientierungswinkel gegeben oder berechenbar sowie auch auf keinem anderen Punkt ein Orientierungswinkel gegeben, dann wird ausnahmsweise eine Hilfsorientierung willkürlich festgelegt. Eine entsprechende Warnung wird ausgegeben.

Sehen Sie, wie ein ⇓geschlossener Polygonzug (Ringpolygonzug) ausgewertet wird.

Koordinaten- und Messwertlisten

Die Eingabe von Koordinaten und Messwerten erfolgt über Koordinatenlisten und Messwertlisten exakt genauso wie beim Universalrechner. Diese Listen können auch beliebige Koordinaten und Messwerte enthalten, die für den Polygonzug nicht verwendbar sind. Diese werden ignoriert. Es wird immer der **längstmögliche** auswertbare Polygonzug automatisch gesucht und ausgewertet.

Die **Reihenfolgen der Punkte** in der Koordinatenliste und der Standpunkte in der Messwertliste sowie der Zielpunkte, die zu einem Standpunkt gehören, ist wie immer beliebig. Diese Punkte müssen also **nicht** entlang des Zuges sortiert sein.

Die **Zugrichtung**, in der die Berechnung erfolgt, wird etwa nach der Reihenfolge der Punkte in der Koordinatenliste gewählt. Sollte das unerwünscht sein, kann die Reihenfolge umgekehrt werden. Die Ergebnisse ändern sich dadurch nicht, werden nur anders herum ausgegeben.

Die Messwertliste wird soweit vorverarbeitet, dass Messwerte zu je Standpunkt mehrfach gemessenen Zielpunkten gemittelt werden. Diese arithmetischen Mittel sowie die Spannweiten werden berechnet und ausgegeben sowie ggf. mit einem in den Einstellungen festgelegten kritischen Wert verglichen.

Stationen sollten nicht mehrfach besetzt worden sein, sonst wird nur die erste in der Messwertliste aufgeführte Besetzung verwendet und alle weiteren werden ignoriert. Eine Warnung wird ausgegeben.

Orientierungen und Stationsabrisse

Die Zugberechnung beginnt mit der Teilkreisorientierung auf den Stationen, auf denen das möglich ist. Die Orientierungswinkel o können in der Standpunktzeile der Messwertliste gegeben sein. Außerdem wird versucht, diese über Richtungsmessungen r zu bekannten Punkten der Koordinatenliste, innerhalb oder außerhalb des Zuges, zu berechnen. Werden mehrere solche Messungen gefunden, wird das arithmetische Mittel der Orientierungswinkel verwendet (Stationsabriss). Die Spannweite wird berechnet und ausgegeben sowie ggf. mit einem in den Einstellungen festgelegten kritischen Wert verglichen.

Horizontalrichtungsabschlüsse

Konnte auf mehr als einer Station der Teilkreis orientiert werden (oft ist dies am Anfang und am Ende des Zuges vorgesehen), so kann aus jeder zusätzlichen Orientierung eine Bedingungsgleichung (Restriktion) abgeleitet werden. Die zugehörigen Widersprüche werden ausgegeben. Wenn Sie die Option "gemessene Richtungen nicht verbessern (nur Widersprüche ausweisen)" gewählt haben, wird hierzu nichts weiter unternommen. Gegebene oder gemessene Orientierungen haben dann auf die Neupunktkoordinaten keinen Einfluss. Andernfalls werden die Widersprüche auf die gemessenen Richtungen verteilt. Eine Verteilung der Widersprüche auch oder ausschließlich auf die Orientierungen wird noch nicht unterstützt. Der Zug ist dann richtungsmäßig ausgeglichen, d.h. die Anschlussbedingungen sind erfüllt.

Koordinatenabschlüsse

Nun wird der Zug ohne weitere Änderung der inneren Geometrie auf die bekannten Punkte des Zuges transformiert. Diese dienen als identische Punkte. Die gegebenen Koordinaten stellen das Zielsystem dar, ihnen wird gleiches Gewicht zugeordnet. Weitere bekannte Punkte werden ignoriert. Wenn nur ein Punkt bekannt ist, erfolgt nur eine Translation. Bei zwei und mehr Punkten erfolgt zusätzlich eine Rotation. Wenn Sie die Option

"Distanzmaßstab an Koordinaten bekannter Punkte anpassen" gewählt haben, wird außerdem der Maßstab des Polygonzuges geändert, was einer ebenen Helmert-Transformation entspricht. Dadurch entstehen kleinere Verbesserungen, was aber nicht heißt, dass das Ergebnis besser ist. Bei nur zwei bekannten Punkten sind diese Verbesserungen immer gleich Null. Der berechnete Distanzmaßstabsfaktor wird ausgegeben.

☰ Höhenberechnung

Die Polygonzugberechnung kann allein in der Horizontalebene erfolgen (2D-Polygonzug). Sobald Punkte mit drei Koordinaten sowie Messwerte vorliegen, die eine räumliche Berechnung erlauben, wird diese erfolgen. Solche Messwerte sind Zenitwinkel oder Höhendifferenzen sowie Instrumenten- und Zielhöhen. Es ist auch möglich, dass solche Koordinaten und Messwerte nur abschnittsweise vorliegen und nicht entlang des gesamten Zuges. Die Berechnung von Neupunkthöhen erfolgt dann nur in diesen Abschnitten des Zuges. Dazu werden zunächst (ggf. abschnittsweise) lokale Höhen für alle Punkte berechnet. Aus den gegebenen Höhen (Z-Koordinaten) von bekannten Punkten wird dann ein vertikaler Offset als arithmetisches Mittel der Höhendifferenzen berechnet. Die lokalen Höhen werden auf die gegebenen Höhen transformiert. Die Verbesserungen werden ausgegeben.

☰ Laden von Ergebnissen in andere Rechenwerkzeuge

Zum Abschluss der Berechnung kann eine Koordinatenliste der Ergebnisse erzeugt werden. Diese kann nach Wunsch umfassen:

- nur neu berechnete (nicht vorher bekannte) Punkte
- nur Polygonzugpunkte, bekannte und neu berechnete
- alle Punkte der Messwertliste, einschließlich solche, die abseits des berechneten Zuges liegen

Punkte der gegebenen Koordinatenliste, die nicht in der Messwertliste aufgeführt sind, werden generell ignoriert. Die anderen können in der erzeugten Liste entweder mit den gegebenen (alten) Koordinaten aufgeführt werden, oder mit den neu berechneten (verbesserten) Koordinaten.

Die erzeugte Liste erscheint nicht in den Berechnungsergebnissen, kann aber in andere Rechenwerkzeuge oder in einen neuen Browser-Tab geladen werden.

Sind in der Messwertliste noch Neupunkte abseits des Zuges vorhanden, die also nicht berechnet wurden, kann die Messwertliste zusammen mit der erzeugten Koordinatenliste in den Universalrechner geladen werden. Falls möglich, werden dann die restlichen Punkte berechnet, ohne die bereits berechneten zu verändern.

Bekanntes Problem: Falls ein Distanzmaßstabsfaktor berechnet wurde, wird dieser im Universalrechner nicht automatisch berücksichtigt.

☰ Beispiel: Verzweigter Polygonzug mit räumlichem Vorwärtsschnitt

Betrachten wir diesen Polygonzug: Von Punkt `P(200)` bis Punkt `N(50)` wurde zunächst auf sieben Standpunkten gemessen, der erste und der fünfte sind bekannte Punkte. Auf dem ersten Standpunkt wurden zwei bekannte Punkte angezielt: `P(100)` und `2103`. Auf dem letzten Standpunkt wurde der bekannte Punkt `Q(200)` angezielt. Außerdem liegt auf dem Punkt `N(50)` ein Orientierungswinkel vor, der vielleicht zuvor rechnerisch ermittelt wurde.

Am Punkt **N(30)** zweigt ein offener Polygonzug mit zwei weiteren Standpunkten **N(60)** und **N(70)** ab. Der Endpunkt **N(80)** ist ein reiner Zielpunkt. Außerdem wurden von **N(10)** und **N(70)** Horizontalrichtungen zum Punkt **N(100)** gemessen. Diese Punkte sind alle unbekannt.

Alle bekannten Punkte außer **P(100)**, der ein reiner Richtungsanschluss ist, haben gegebene Höhen. Auf allen Standpunkten wurden Zenitwinkel und Instrumenten- sowie Zielhöhen gemessen, so dass die Höhen der Neupunkte berechnet werden können.

Hauptzug geht 2103→P(200)
→N(10)→N(20)→N(30)→Q(100)
→N(40)→N(50)→Q(200)

Richtungsanschluss nach
P(100)

abzweigender Zug geht
N(30)→N(60)→N(70)→N(80)

Vorwärtsschnitt nach N(100)

Punktnamen und Koordinaten

```
P(100) 549.836  796.295
P(200) 712.406  971.427 116.100
2103   542.395  999.909  99.164
Q(200) 972.862 1765.642  97.506
Q(100) 936.602 1378.368 102.914
```

Systemtyp: XYZ linkshändig
Spaltenformat: Punktname Koordinaten

Punktnamen und Messwerte

```
P(200)   1.789
P(100)  68.554
2103     5.646 173.393 106.888 0
N(10)  283.126 148.800 102.987 0
+++++
N(10)    0
P(200)  66.911 148.804  97.007 1.789
N(20)  254.485 128.726  98.222 0
N(100) 355.842   ;   ;   97.943
```

Format Standpunktzeile: Punktname, Instrumentenhöhe, Orientierungswinkel
Format Zielpunktzeile: Punktname, Horizontalrichtung, Schrägdistanz, Zenitwinkel, Zielhöhe
alle Winkel in Gon

Beispiel laden und „Rechnen"

Die Berechnung beginnt mit dem **Stationsabriss** auf dem Standpunkt **P(200)**. Dabei erhalten wir den Orientierungswinkel **183.7999 gon**. Die zugehörige Spannweite beträgt **26.2 mgon**. Außerdem wird der auf dem Punkt **N(50)** gegebene Orientierungswinkel genannt.

Dadurch, dass zwei Stationen horizontal orientiert sind, kann ein **Horizontalrichtungsabschluss** berechnet werden. Der Widerspruch beträgt **85.1 mgon**. Dieser wird auf alle Horizontalrichtungen im Abschnitt **P(200)→N(50)** gleichmäßig verteilt und die Richtungen werden verbessert. Die Horizontalrichtungen außerhalb dieses Abschnittes werden nicht verbessert.

Nun erfolgen die **Koordinatenabschlüsse** durch Transformation auf die vier bekannten Punkte, in diesem Fall durch Translation und Rotation. (Der Maßstab ist fest.) Dabei entstehen Verbesserungen bis `35 mm`. Die transformierten Koordinaten werden zu einer Koordinatenliste zusammengestellt. Diese kann in andere Rechenwerkzeuge geladen werden.

Aufgabe: Wählen Sie die Option "Distanzmaßstab von Koordinaten bekannter Punkte übernehmen" und überzeugen Sie sich, dass die Verbesserungen nur noch bis `25 mm` betragen. Als Distanzmaßstabsfaktor wird `1.00003658` erhalten.

Um die restlichen Punkte `N(60),N(70),N(80),N(100)` zu berechnen, laden wir die berechneten Koordinaten und alle gegebenen Messwerte in den Universalrechner.

☰ Trick: Geschlossenen Polygonzug (Ringpolygonzug) auswerten

Bei einem solche Polygonzug sind zwischen dem ersten und letzten Punkt des Zuges auch Distanzen sowie Richtungen und Gegenrichtungen gemessen worden, so dass eine geschlossene Schleife entsteht. Im Prinzip könnten sogar noch weitere Querverbindungen (Diagonalen) bestehen, so dass sich ein Polygonnetz ergibt. Im Moment wird eine solche Messungsanordnung mit diesem Rechenwerkzeug nicht ausgewertet, sondern diese zusätzlichen Messwerte werden ignoriert. Man kann aber den Ringpolygonzug an einem Punkt mit bekannten Koordinaten durchtrennen, indem man diesem als letztem Punkt des Zuges einen anderen Namen gibt und in der Koordinatenliste zweimal mit verschiedenen Namen und identischen Koordinaten aufführt.

☰ Auch interessant

X

Polygonzüge	Messwertlisten	Koordinatenlisten
Einstellungen	Universalrechner	Projektverwaltung
Satzmessungen	Universalrechner	Standpunktzentrierung

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Universalrechner

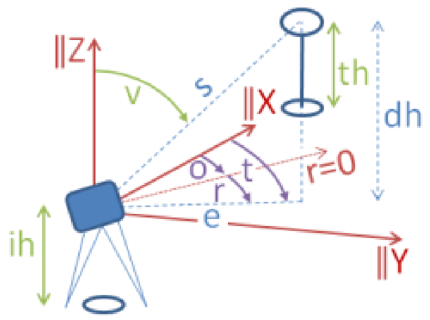
Seiteninhalt

Aus Punktkoordinaten und polaren Messwerten werden alle möglichen Größen berechnet. Rechenregeln zwischen diesen Größen werden aufgestellt und nacheinander angewendet, bis keine neuen Werte mehr erhalten werden, und zwar auf jede mögliche Weise. Dadurch ergeben sich oft viele verschiedene Ergebnisse, deren Vergleich zur Aufdeckung grober Fehler genutzt werden kann. Die Mediane der berechneten Werte stellen dann das Ergebnis einer robusten Schätzung dar.

Einführung

Punktkoordinaten können kartesische oder Gitterkoordinaten sein und werden hier mit X,Y,Z bezeichnet. Polare Messwerte können sein:

- Orientierungswinkel o
- Horizontalrichtung r
- Richtungswinkel t
- Horizontaldistanz e
- Schrägdistanz s
- Zenitwinkel v
- Höhendifferenz dh
- Instrumentenhöhe ih
- Zielhöhe th



Koordinaten und polare Messwerte

Die Kombination der gegebenen Koordinaten und Messwerte kann völlig **beliebig** sein. Es wird immer berechnet, was sich mit den vorhandenen Größen berechnen lässt, und zwar **vollständig** . Auch können alle Messwerte fehlen und nur Stand- und Zielpunktnamen angegeben sein. Es wird dann versucht, Polarwerte aus gegebenen Koordinaten zu berechnen. ⇓Beispiel: Polarwerte aus kartesischen Koordinaten berechnen

Ausgleichung, Robuste Schätzung, Vermeidung ungünstiger Schnitte

Wenn **verschiedene Rechenwege** zu denselben Größen führen, werden alle durchgerechnet und verglichen. Es werden **Anzahl, Minimum und Maximum sowie die Spannweite** der erhaltenen Werte berechnet. Ist die Spannweite gering, sollte der Median als endgültiges Ergebnis in Betracht gezogen werden, andernfalls ist ein grober Fehler in den Startwerten wahrscheinlich. ⇓Ausreißererkennung. Bei vielen verschiedenen Werten wird der Median kaum von einzelnen groben Fehlern in den Eingabewerten verfälscht. Es erfolgt keine Ausgleichung im herkömmlichen Sinne nach kleinsten Quadraten, aber die Ergebnisse sind sehr gut kontrollierbar und sogar **ausgeglichen** im Sinne einer robusten Schätzung.

Wenn ausreichend viele verschiedene Rechenwege für eine Größe gefunden wurden, wird untersucht, ob sich die Spannweite verringern lässt, indem **ungünstige geodätische Schnitte** (sogenannte ''schleifende'' Schnitte) oder ungünstige Berechnungen in sehr spitzwinkligen Dreiecken vermieden werden. Ist das der Fall, werden die entsprechenden Werte verworfen. Die Gesamtzahl der verworfenen Werte wird dokumentiert. Im ⇓ Beispiel: Unzugänglicher Punkt mit horizontalen Hilfsdreiecken wurden 1533 von 2590 berechneten Werten wegen ungünstiger Schnittwinkel verworfen.

Zusätzliche Möglichkeiten

Der Systemtyp der Koordinaten der bekannten Punkte muss **kartesisches Linkssystem** oder **Gittersystem** sein. An die Distanzen müssen die Instrumentenkorrektionen wie Additions- bzw. Prismenkonstanten angebracht sein, aber nicht der Gittermaßstabsfaktor.

Bei bekannten Punkten müssen immer mindestens **beide Lagekoordinaten** X,Y oder Nordwert, Ostwert vorhanden sein.

⚠ Fehlende Koordinaten und Messwerte gelten immer als unbekannt, also auch fehlende Instrumentenhöhen ih und Zielhöhen th ! Werden z.B. Höhen für Neupunkte benötigt, so müssen Instrumenten- und Zielhöhen vollständig angegeben werden.

Wann immer das möglich ist, werden Startwerte standardmäßig auch aus anderen Startwerten neu berechnet. Das ermöglicht auch hier eine Kontrolle auf grobe Fehler. Möchte man hingegen einzelne Startwerte als fehlerfrei definieren, so kann man die **Neuberechnung der Startwerte** auch unterdrücken. Das kann man für alle Punktkoordinaten (nur XY oder nur Z oder XYZ), für alle polaren Messgrößen (rtesvo…) oder für alle Startgrößen (XYZrte…) tun.

Mit diesem Universalrechner können auch Satzmessungen ausgewertet werden. Allerdings werden keine Instrumentenfehler und keine Genauigkeitsmaße berechnet. Deshalb empfehlen wir, das Rechenwerkzeug Satzmessungen zu benutzen. Sie können die dort erhaltenen Satzmittel direkt in diesen Universalrechner laden.

Trick: Blinde Zielpunkte

Oft berechnet der Universalrechner nur polare Werte zwischen Punkten, zwischen denen gemessen wurde (Stand- und Zielpunkte in einer Aufstellung). Mehr Ergebnisse erhält man manchmal, wenn man bei einzelnen Standpunkten noch blinde Zielpunkte ohne Messwerte hinzufügt. Möchte man z.B. die Horizontaldistanz zwischen zwei bekannten oder berechneten Punkten erhalten, gibt man diese irgendwo als Stand- und Zielpunkte ohne Messwerte an. Von diesem Wert würde auch in weiteren Rechnungen Gebrauch gemacht, wenn er irgendwo nützlich ist. Finden Sie einen solchen Fall im Beispiel: Polarwerte aus kartesischen Koordinaten berechnen.

Oft berechnet der Universalrechner nur polare Werte zwischen Punkten, zwischen denen gemessen wurde (Stand- und Zielpunkte in einer Aufstellung). Mehr Ergebnisse erhält man manchmal, wenn man bei einzelnen Standpunkten noch blinde Zielpunkte ohne Messwerte hinzufügt. Möchte man z.B. die Horizontaldistanz zwischen zwei bekannten Punkten erhalten, gibt man diese irgendwo als Stand- und Zielpunkte ohne Messwerte an. Von diesem Wert würde auch in weiteren Rechnungen Gebrauch gemacht, wenn er irgendwo nützlich ist. Finden Sie einen solchen Fall im ⇓ Beispiel: Polarwerte aus kartesischen Koordinaten berechnen .

☰ Anzahl von Startwerten, Rechenzeit- und Speicherplatzbegrenzung

Die **Gesamtzahl von Startwerten** (gegebene Punktkoordinaten und polare Messwerte) ist auf 256 begrenzt. Diese sind wie folgt zu zählen:

- Für die Rechnung nicht verwendbare Startwerte zählen nicht mit.
- Mehrfach gemessene Größen einschließlich Richtungswinkel und Horizontaldistanzen in Gegensichten zählen nur einfach, weil diese vor Beginn der Hauptrechnung gemittelt werden.
- Lagekoordinaten X,Y oder Nordwert, Ostwert eines verwendeten bekannten Punktes zählen nur einfach.
- Die Ausfallzielhöhe (Ausfallwert für die Zielhöhe) zählt für jeden Punkt, für den sie eingesetzt wird, als ein Startwert.

Die Startwerte werden in zwei Gruppen unterteilt:

- jene die in einer Verarbeitungsmaschine (⇓ nächster Abschnitt) auf mögliche berechenbare Größen und Rechenwege untersucht werden, das dürfen nicht mehr als 126 Werte sein, und
- die übrigen, die erst in einem Nachverarbeitungsschritt benötigt werden.

Die Anzahl der tatsächlich verwendeten Startwerte wird dokumentiert.

Die **Gesamtrechenzeit** ist auf 40s und der **Gesamtspeicherbedarf** ist auf 128MB begrenzt. Weil eine aufwendige Suche nach allen möglichen Rechenwegen erfolgt, dauert eine vollständige Lösung bei vielen Startwerten manchmal lange. Die Rechenzeit kann auch durch den Nutzer stärker begrenzt werden. Wird bei großen Rechnungen diese Grenze letztlich erreicht, dann werden nicht alle theoretisch möglichen Werte berechnet, aber immer noch so viele, dass ein zuverlässiges Ergebnis im Sinne einer robusten Schätzung erhalten wird. Eine Warnung wird erzeugt. Es ist damit aber nicht gesagt, dass eine längere Rechenzeit tatsächlich auch mehr Ergebnisse produzieren würde.

Wird eine dieser Grenzen überschritten, versuchen Sie, die Aufgabe zu splitten. Die Rechenzeit verringert sich auch erheblich, wenn Sie die ⇑ Neuberechnung der Startwerte unterdrücken.

☰ Universalrechner findet allein heraus, was er berechnen kann und wie

Nachfolgend skizzieren wir den Universalrechner-Algorithmus. Wenn Sie diese Information nicht benötigen, überspringen Sie diesen Abschnitt einfach.

1. Aus dem Katalog der verfügbaren **Rechenregeln** (das sind z.Z. alle Winkel- und Dreiecksbeziehungen, alle Geodätischen Schnitte, alle Umwandlungen zwischen kartesischen Koordinaten und Polargrößen) wird eine Liste von Rechenregeln, die prinzipiell zur Berechnung fehlender Größen nützlich sein könnten, zusammengestellt. Aus dieser Liste werden sukzessive alle Regeln gestrichen, die sich nicht anwenden lassen, z.B. weil es keine anwendbare Regel gibt, mit der sich eine fehlende Eingangsgröße berechnen lässt.
2. Nun werden alle Rechenregeln, deren Ergebnisgrößen in keiner weiteren Regel als Eingangsgrößen benötigt werden, sukzessive aus der Verarbeitungsmaschine in einen Nachverarbeitungsschritt ausgelagert.
3. Ausgehend von gegebenen Punktkoordinaten und polaren Messwerten (Startwerten) wird dann versucht, durch fortgesetzte Anwendung der Rechenregeln neue Größen zu berechnen. Im Fall von redundanten Startwerten kann fast jede Größe auf verschiedenen **Rechenwegen** berechnet werden und so auch verschiedene Werte annehmen. Dabei werden zwei Rechenwege nur dann als verschieden angesehen, wenn für die zwei Mengen von benutzten Startgrößen gilt: Eine Menge ist nicht Teilmenge der anderen und umgekehrt. Auch für Startgrößen werden oft neue Werte erhalten, indem diese aus anderen Startwerten berechnet werden. Es wird versucht, für jede Größe möglichst viele verschiedene Werte zu generieren.
4. Dann werden die Rechenwege zu einem **Rechenablauf** zusammengestellt und abgearbeitet. Der Rechenablauf wird ⇓dokumentiert.
5. Wenn sich für einen Rechenweg eine **mehrdeutige Lösung** ergibt, z.B. beim Bogenschnitt, wird versucht, durch Vergleich mit anderen Rechenwegen derselben Größe, diese Mehrdeutigkeiten aufzulösen. Ist das dauerhaft nicht möglich, wird parallel mit beiden Lösungen weitergerechnet. Tritt dieser Fall mehrmals hintereinander auf, wie im ⇓Beispiel: Ebenes Trilaterationsnetz , so können sich sehr viele Lösungen ergeben. Diese werden alle berechnet und dargestellt, aber nur **nacheinander** mit der Schaltfläche Nächste Lösung » usw. Eine Warnung weist auf dieses Problem hin.
6. Werden für eine Größe ausreichend viele verschiedene Werte erhalten, wird untersucht, ob sich die Extremwerte aus der Berechnung von ungünstigen geodätischen Schnitten (sogenannte "schleifende" Schnitte) oder in sehr spitzwinkligen Dreiecken ergaben. Ist das der Fall, werden diese Werte verworfen, und die Untersuchung wird für den zweitkleinsten oder zweitgrößten Wert fortgesetzt, solange bis keine Werte mehr verworfen werden müssen. In der ⇓Dokumentation des Rechenablaufs finden Sie auch die verworfenen Werte.
7. Sollte es vorkommen, dass eine Berechnung zu keinem Ergebnis führt, z.B. weil beim Bogenschnitt kein reeller Schnitt entsteht, wird diese nicht ausgeführt. In der ⇓Dokumentation des Rechenablaufs erscheint an dieser Stelle das Ergebnis **keine Zahl** . Damit kann man sich auf die Suche nach Fehlern in den Eingabedaten machen. Sollte eine Größe ausschließlich solche nicht-reellen Ergebnisse haben, wird eine Warnung erzeugt, und die Größe erscheint nicht in der ⇓Tabelle der Ergebnisse.
8. Nun wird der Nachverarbeitungsschritt genauso vollzogen, allerdings entfällt dort die aufwändige Suche nach Rechenwegen.

Bekanntes Problem: Wenn eine Berechnung mehrere Lösungen ergab, ist das Aufrufen der momentan nicht dargestellten Lösungen nur sofort nach dem Rechnen möglich. Wenn zwischendurch der Rechenablauf analysiert oder eine Ausreißererkennung gestartet wurde oder die Ergebnistabelle sortiert wurde, verschwinden die Schaltflächen für das Anzeigen dieser Lösungen. Abhilfe schafft eine nochmalige Berechnung.

☰ Tabelle der Ergebnisse

Alle berechneten Größen werden in einer Tabelle dargestellt, sortiert nach Größenarten. Innerhalb der Größenarten wird nach (Stand-)Punktnamen sortiert, oder wahlweise auch nach Spannweiten (kleinste zuerst). Bei Lagekoordinaten wird je Punkt immer X und Y zusammenhängend aufgelistet. Bei der Sortierung nach Spannweiten ist bei X und Y die Summe beider Spannweiten entscheidend.

Richtungswinkel t und Horizontaldistanzen e werden immer nur in einer Richtung angegeben, und zwar so, dass die beiden Punktnamen lexikographisch sortiert sind. Für die Gegenrichtung ändern Sie t um **π = 180° = 200 gon**. Höhendifferenzen dh und Schrägdistanzen s in Sicht und Gegensicht könnten differieren, wenn die zugehörigen Instrumenten- und Zielhöhen nicht gleich sind.

Die Spalte **Werte** zeigt an, wieviele Werte für jede berechnete Größe erhalten wurden. Bei Lagekoordinaten eines Punktes sind die Werte immer gleich und werden nur einmal angegeben. Ggf. verworfene ungünstige Schnitte und **keine Zahl** -Ergebnisse zählen nicht mit. Eine Startgröße, die zusätzlich x mal berechnet wurde, erscheint als **1+x**.

☰ Dokumentation des Rechenablaufs

Den Rechenablauf können Sie detailliert nachvollziehen. Wenn Sie das nicht wollen, überspringen Sie diesen Abschnitt. Klicken Sie für eine interessierende Größe auf die Zahl(en) in Spalte **Werte** um die detaillierte Dokumentation des Rechenablaufs und der Einzelwerte angezeigt zu bekommen.

Zusätzlich zu den in der ⇑Einführung genannten Symbolen für die Messwerte werden hier folgende Abkürzungen verwendet. Die Tabelle zeigt auch, welche Ergebnisse die Rechenschritte produzieren können.

Symbol	Rechenschritt	eindeutig	zweideutig	ung. Schnitt	keine Zahl
Rec2Pol/ Pol2Rec	Koordinatenumwandlung kartesisch⇔polar	X			
BS	Bogenschnitt		X	X	X
GK	Gerade-Kreis-Schnitt	X	X	X	X
VS	Vorwärtsschnitt	X		X	X
RS	Rückwärtsschnitt	X		X	X

Nehmen wir an, die Winkeleinheit ist **gon** . Ein Rechenschritt wird z.B. dokumentiert wie:

$\mathtt{t(P1{\to}3)}_7 = \mathtt{r(3°2{\to}P1)} + \mathtt{o(3°2)}_3 \pm 200 = 69.965792398379$

Das kann wie folgt gelesen werden: Der 7. Wert des Richtungswinkels t von Punkt **P1** nach Punkt **3** wird aus der gegebenen Horizontalrichtung r (Index fehlt → Startwert) gemessen in der zweiten Aufstellung auf Standpunkt **3** nach Punkt **P1** und dem 3. berechneten Wert des Orientierungswinkels o für die zweite Aufstellung auf Standpunkt **3** berechnet. Das Ergebnis lautet **69.965792398379** in der gewählten Winkeleinheit **Gon** . Gibt es pro Standpunkt nur eine Aufstellung, entfällt der Aufstellungszähler nach dem Standpunktnamen. Oder z.B.:

$\mathtt{XY(2)}_9 = \mathrm{VS}(\mathtt{XY(1)}_5, \mathtt{t(1{\to}2)}_2, \mathtt{XY(Q3)}, \mathtt{t(2{\to}Q3)}_4) =$ **keine Zahl**

Das kann wie folgt gelesen werden: Die 9. berechneten Werte der Lagekoordinaten XY von Punkt **2** werden mittels Vorwärtsschnitt (VS) aus den 5. Werten der berechneten Koordinaten XY von Punkt **1** , aus dem 2. berechneten Wert des Richtungswinkels t von

Punkt 1 nach Punkt 2 , aus den gegebenen Werten der Koordinaten XY (Index fehlt → Startwerte) von Punkt Q3 und aus dem 4. berechneten Wert des Richtungswinkels t von Punkt 2 nach Punkt Q3 berechnet. Das Ergebnis lautet `keine Zahl` , weil aufgrund von groben Fehlern in den Startwerten kein reeller Schnitt der Strahlen entsteht.

In der Dokumentation des Rechenablaufs werden auch die wegen ⇑ungünstiger Schnitte verworfenen Werte dargestellt.

☰ Ausreißererkennung

Wenn genügend viele Werte pro berechenbare Größe erhalten wurden, d.h. wenn die Redundanz hoch genug ist, kann versucht werden, Ausreißer in den Startwerten (Koordinaten und Messwerte) zu erkennen. Unter der Ergebnistabelle erscheint dann die Schaltfläche Ausreißererkennung . Wenn Sie diese klicken, werden die Ergebnisse auf Ausreißer untersucht.

Diese Ausreißererkennung zeigt, was passieren würde, wenn ein Startwert eliminiert und die Berechnung wiederholt würde. Dadurch würden weniger Ergebnisse erhalten, die verbleibenden wären aber unverändert. Dadurch verringerten sich oft für einige Ergebnisgrößen die Spannweiten. Einen Ausreißer erkennt man an einer drastischen Verringerung dieser Spannweiten. Beachten Sie, dass zur Ausreißererkennung die Spannweiten **vor** der ⇑Vermeidung ungünstiger Schnitte herangezogen werden.

Die Ausreißererkennung erzeugt eine nach den einzelnen Spalten sortierbare Tabelle mit folgenden Informationen je Startwert:

noch berechenbare Größen	Es ist möglich, dass nach Eliminierung eines Startwertes einige Größen nicht mehr berechenbar sind. Die Tabelle zeigt, wieviel Prozent der Größen noch berechenbar sind. Startgrößen, für die kein zweiter Wert mehr berechnet werden kann, zählen hier als nicht mehr berechenbar. 100% bedeutet: Nach der Eliminierung können immer noch alle Größen wenigstens einmal berechnet werden.
noch berechenbare Werte	Nach der Eliminierung eines Startwertes sind nicht mehr alle Werte berechenbar. Die Tabelle zeigt, wieviel Prozent der Werte noch berechenbar sind. Ist diese Zahl klein, so ist der Startwert für eine zuverlässige Lösung sehr wichtig und eine Eliminierung ist fragwürdig.
kleinere Spannweiten	Die Tabelle zeigt, wieviel Prozent der Spannweiten sich nach Eliminierung eines Startwertes verringern. Ist diese Zahl groß, so ist der Startwert wahrscheinlich ein Ausreißer.
maximale Reduktion	Die Tabelle zeigt, um wieviel Prozent sich eine Spannweite maximal reduziert. Ist diese Zahl groß, so ist der Startwert wahrscheinlich ein Ausreißer.
Ausreißerwahrscheinlichkeit	Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Startwert ein Ausreißer ist, wird abgeschätzt. ⚠ Selbst wenn mehrere Startwerte als wahrscheinliche Ausreißer ausgewiesen werden, bedeutet das nicht, dass alle Ausreißer sind. Es könnte auch nur einer von ihnen sein.

Falls in der Tabelle Startgrößen fehlen, können diese wegen zu geringer Redundanz nicht auf Ausreißer untersucht werden. Ist die Gesamtredundanz gering, scheitert die Ausreißersuche manchmal. Eine Fehlermeldung wird erzeugt.

Nun kann ein zu eliminierender Startwert selektiert werden (1. Spalte der Ausreißertabelle). Ein Kandidat ist schon vorselektiert. Ein Klick auf die Schaltfläche Startwert eliminieren stellt die Ergebnisse neu dar, die verbleiben, nachdem der selektierte Startwert eliminiert wurde. (Die eigentliche Berechnung wird nicht wiederholt.) Der eliminierte Startwert erscheint zwar weiterhin in der Liste der bekannten Punkt oder der Eingabe-Messwerte, wird aber nun nicht mehr benutzt. Falls die Redundanz immer noch ausreicht, kann erneut eine Ausreißererkennung verlangt werden, usw.

Eine Anwendung der Ausreißererkennung finden Sie im ⇓Beispiel: Trigonometrischer Höhenzug.

☰ Beispiel: Polarwerte aus kartesischen Koordinaten berechnen

Die Punkte eines Fußballfeldstrafraums 1,2,3,4,5,6 sollen mit einem Tachymeter, welches über den Eckpunkten A,B des Feldes aufgebaut wird, abgesteckt werden. Die Instrumentenhöhen sind 1.42 m über A und 1.55 m über B. Über den Zielpunkten wird ein Absteckreflektor der Höhe 0.15 m aufgehalten. Gesucht sind die abzusteckenden Polarwerte: Richtungswinkel t, Schrägdistanzen s und Zenitwinkel v der sechs abzusteckenden Punkte.

Zunächst definieren wir ein Koordinatensystem, am besten ein kartesisches Linkssystem YXZ und bestimmen die kartesischen Koordinaten aller Punkte A,B,1,...,6 in diesem System in Meter. Wie man aus der Abbildung abliest, hat der Punkt 6 beispielsweise die X-Koordinate 75.00/2-7.32/2-5.50-11.00=17.34 und die Y-Koordinate 5.50+11.00=16.50. Als Höhen verwenden wir generell 0.00. Nun legen wir die Koordinatenlisten an.

Die Messwertlisten besteht aus zwei Standpunkten A und B. Die Standpunktzeilen müssen die Instrumentenhöhen 1.42 und 1.55 enthalten. Weil alle Zielpunkte dieselben Zielhöhen 0.15 haben, können wir diese als Ausfallzielhöhe (Ausfallwert für die Zielhöhe) in der Standpunktzeile notieren und in den Zielpunktzeilen weglassen. Die Zielpunktzeilen enthalten dann nur noch die Namen der Zielpunkte. Das für die leeren Spalten gewählte Format ist bedeutungslos, kann z.B. "Code/nicht benutzt" sein.

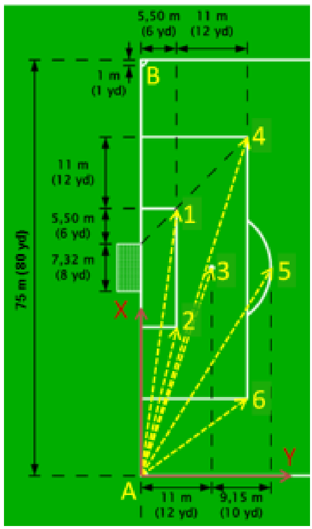
```
A 0   0 0
B 0 75 0

1   5.50 46.66 0
2   5.50 28.34 0
3 11.00 37.50 0
4 16.50 57.66 0
5 20.15 37.50 0
6 16.50 17.34 0
```

Koordinatenlisten
Systemtyp: Y X Z linkshändig
Spaltenformat: Punktname Koordinaten

```
A 1.42 0.15
1
2   // Dieses Beispiel
3   // zeigt die Wir-
4   // kung von blinden
5   // Zielpunkten.
6
~~~~ Trennzeile
B 1.55 0.15
1
2
3
4
5
6
```

Messwertlisten
Format Standpunktzeile: Punktname, Instrumentenhöhe, Ausfallzielhöhe
Format Zielpunktzeile: Punktname



Absteckung eines Fußballfeldes

Beispiel laden und „Rechnen“

Die Verarbeitungsmaschine sucht nach berechenbaren Größen und findet Höhendifferenzen dh , Horizontaldistanzen e , Schrägdistanzen s , Richtungswinkel t und Zenitwinkel v , allerdings nur für die gemessenen Visuren. Zwischen den Zielpunkten untereinander wird nichts berechnet. Wird z.B. die Distanz zwischen 1 und 3 gewünscht, müsste ein weiterer Standpunkt 1 mit Zielpunkt 3 (blinder Zielpunkt) notiert werden, oder umgekehrt.

Außerdem erhalten wir die Richtungswinkel hier nur vom Zielpunkt zum Standpunkt. Das liegt daran, dass Richtungswinkel und Horizontaldistanzen immer so angegeben werden, dass die beiden Punktnamen lexikographisch geordnet sind. Ziffern kommen hierbei vor Buchstaben. Man muss also den Richtungswinkel um 200 gon ändern. Um trotzdem die Richtungswinkel in Zielrichtung ausgegeben zu bekommen, könnte man die Punkte umbenennen, z.B. von 1 in P1 usw. Eine andere Möglichkeit besteht darin, die Ausgabe von Richtungen zu erzwingen. Diese werden immer vom Standpunkt zum Zielpunkt erhalten. Hierzu muss jeder Standpunkt nur noch um den Orientierungswinkel 0 erweitert werden.

Schließlich erhalten wir nach sinnvoller Rundung folgende polaren Absteckwerte in Meter und Gon:

	s	t	v		s	t	v
A→1	47.000	7.470	101.720	B→1	28.903	187.797	103.085
A→2	28.897	12.203	102.799	B→2	47.004	192.530	101.896
A→3	39.101	18.165	102.068	B→3	39.105	181.835	102.280
A→4	59.988	17.743	101.348	B→4	23.977	151.580	103.719
A→5	42.590	31.390	101.899	B→5	42.594	168.610	102.093
A→6	23.970	48.420	103.375	B→6	59.991	182.257	101.486

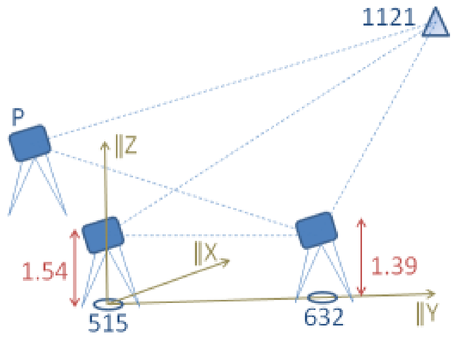
Falls gewünscht, können auch andere Absteckwerte der Ergebnistabelle entnommen werden, z.B. e oder dh .

☰ Beispiel: Unzugänglicher Punkt mit horizontalen Hilfsdreiecken

Ein unzugänglicher Punkt 1121 wurde von drei Tachymeterstandpunkten 515,632,P gemessen. Die Höhe des Punktes 515 beträgt 107.483 m, die Instrumentenhöhe ist hier 1.54 m. Die Höhe des Punktes 632 beträgt 107.832 m, die Instrumentenhöhe ist hier 1.39 m. Die Höhe des Hilfspunktes P ist unbekannt, die Instrumentenhöhe kann hier auf einen beliebigen Wert gesetzt werden, sagen wir 0.00 m. Die Zielhöhen sind jeweils gleich den Instrumentenhöhen auf demselben Punkt, weil zueinander passende Instrumente und Reflektoren verwendet wurden. Der Punkt 1121 wurde direkt angezielt ohne Distanzmessung, so dass die zugehörige Zielhöhe 0.00 m beträgt. Die Höhe des Punktes 1121 kann in beiden Hilfsdreiecken 515,632,1121 und P,632,1121 berechnet werden. Die Messwerte sind:

Stand-punkt-name	Ziel-punkt-name	Richtung [gon]	Zenit-winkel [gon]	Schräg-distanz [m]
515	1121	149.846	91.886	---
	632	187.807	99.991	952.233
632	515	260.607	100.018	952.233
	P	260.740	100.086	941.461

	1121	314.405	89.258	---
P	1121	28.449	91.684	---
	632	66.940	99.923	941.461



Unzugänglicher Punkt mit horizontalen Hilfsdreiecken

Da reine Höhenfestpunkte nicht unterstützt werden, muss ein lokales Koordinatensystem angelegt werden, am besten ein kartesisches Linkssystem XYZ. Zunächst benötigen wir die Horizontaldistanz 515→632. Dazu kann eine einfache Rechnung wie im vorigen Beispiel mit dem Universalrechner angestellt werden. Das Ergebnis ist 952.233, genau wie die Schrägdistanz von 515→632, weil beide Punkte fast dieselbe Höhe haben. Wir definieren X_{515}=1000, Y_{515}=1000, X_{632}=1000, Y_{632}=1952.233. Damit verläuft die definierte Y-Achse parallel zur Projektion von 515→632 in die Horizontalebene. Nun legen wir die Koordinatenlisten und die Messwertlisten an. Für die nicht gemessenen Distanzen zum unzugänglichen Punkt 1121 wurde 0 notiert. Denselben Effekt hätte ein negativer oder nicht-numerischer Wert. Eine alternative Notation eines nicht gemessenen Wertes kann mit der ";;"-Methode erfolgen: Tabellarische Datensätze.

```
515 1000      1000 107.483
632 1000 1952.233 107.832
```

Koordinatenlisten
Systemtyp: X Y Z linkshändig
Spaltenformat: Punktname Koordinaten

Beispiel laden und „Rechnen"

```
515                            1.54
1121 149.846   91.886    0     0
632  187.807   99.991 952.233 1.39
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
632                            1.39
515  260.607 100.018 952.233 1.54
P    260.740 100.086 941.461 0
```

Messwertlisten
Format Standpunktzeile: Punktname, Instrumentenhöhe
Format Zielpunktzeile: Punktname, Horizontalrichtung, Zenitwinkel, Schrägdistanz, Zielhöhe

Im Ergebnis werden für die Höhe Z des unzugänglichen Punktes 1121 nicht weniger als **41** verschiedene Lösungen berechnet. Die Spannweite wird mit **8.4 mm** erhalten, was plausibel ist, der Median beträgt **201.1106 m**.

Folgendes sollten Sie beachten:

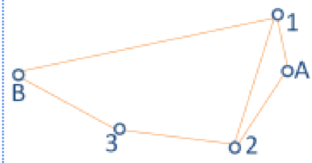
- Insgesamt wurden für die Höhe Z von 1121 sogar 84 verschiedene Lösungen berechnet, von denen 43 allerdings zur ⇑Vermeidung ungünstiger Schnitte verworfen wurden. Wenn man auf die 41 in der Spalte "Werte" klickt, sieht man alle 84 Werte, einschließlich Rechenablauf und Zwischenwerte. Der kleinste und der größte Wert unterscheiden sich um nicht weniger als **0.17 m**.
- Die Instrumenten- und Zielhöhe von P, obwohl beliebig wählbar, sollte nicht weggelassen werden. Sonst kann vom Rechenalgorithmus nicht mehr angenommen werden, dass diese beiden Werte gleich sind. Es würden dann nur noch 30 verschiedene Lösungen für die Höhe Z des unzugänglichen Punktes 1121 berechnet, von denen 12 verworfen werden. Der Median änderte sich allerdings nur geringfügig.

Dasselbe Beispiel wird auch für Höhennetze benutzt und kann damit bearbeitet werden. Die Ergebnisse sind allerdings nicht völlig identisch, weil Höhennetze eine Ausgleichung nach kleinsten Quadraten durchführt.

Die Abweichung in der endgültigen Höhe des unzugänglichen Punktes `1121` beträgt `0.0012`.

☰ Beispiel: Ebenes Trilaterationsnetz

Dieses Beispiel zeigt, wie der Universalrechner mit mehrdeutigen Lösungen umgeht. Im abgebildeten Trilaterationsnetz wurden sechs Horizontaldistanzen gemessen. A und B sind bekannte Punkte. Es gibt genau 2 Lösungen für die Neupunkte 1 und 2 (Spiegelung an der Achse AB) und genau 4 Lösungen für den Neupunkt 3 (zusätzliche Spiegelung an der Achse 2B). Zunächst wird nur eine Lösung berechnet und angezeigt, wobei eine Warnung erfolgt, dass es noch 3 zusätzliche Lösungen gibt. Mit Hilfe der Schaltfläche



Ebenes Trilaterationsnetz

nächste Lösung » kann man nun schrittweise auch die anderen Lösungen darstellen lassen.

```
A         129.15   192.92
B         130.16   107.49
```

```
1
A         28.540   // In diesem Beispiel
B         94.147   // sieht man, wie mit
2         63.623   // mehrdeutigen
####               // Berechnungen
2                  // verfahren wird.
A         35.714
```

Koordinatenlisten
Systemtyp: X Y Z linkshändig
Spaltenformat: Punktname Koordinaten

Messwertlisten
Format Standpunktzeile: Punktname
Format Zielpunktzeile: Punktname, Horizontaldistanz

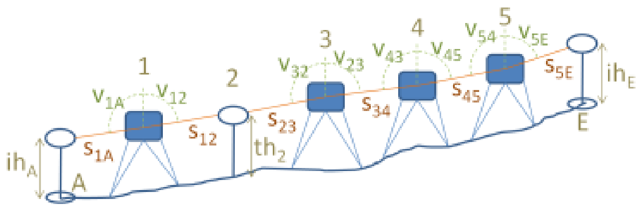
Beispiel laden und „Rechnen"

Beachten Sie, dass schleifende Bogenschnitte (BS) berechnet wurden. In dem Beispiel greift die ⇑Vermeidung ungünstiger Schnitte nicht, weil keine Redundanz vorhanden ist und somit diese Berechnung unvermeidbar ist.

Aufgabe: Fügen Sie der Koordinatenliste eine beliebige Lösung für Punkt 3 hinzu und wiederholen Sie die Rechnung. Überzeugen Sie sich, dass jetzt nur noch **eine** Lösung für 1 und 2 erhalten wird.

☰ Beispiel: Trigonometrischer Höhenzug

Dieses Beispiel zeigt, wie man auch reine Höhenmessungen auswerten kann, z.B. einen trigonometrischen Höhenzug oder ein trigonometrisches Höhennetz. In der aktuellen Version des Universalrechners werden keine Punkte ohne Lagekoordinaten unterstützt. Solange jedoch diese Koordinaten nicht für irgendeine Rechnung herangezogen werden können, ist es völlig egal, was Sie den Punkten für Lagekoordinaten zuweisen.



Trigonometrischer Höhenzug mit einem Sprungstand in Punkt 2

Punktnamen und Koordinaten

Benutzen Sie also Näherungskoordinaten oder einfach „0 ; 0".

Betrachten wir den abgebildeten Höhenzug mit einem Sprungstand in Punkt 2, d.h. dort befand sich kein Instrumentenstandpunkt und auf Punkt 1 demnach kein Reflektorzielpunkt. Auf den Punkten 3,4,5 befand sich nacheinander der Stand- und der Zielpunkt. Höhen sind für den Anschlusspunkt A mit $H=116.10$ und für den Abschlusspunkt E mit $H=123.06$ gegeben. Der Reflektor auf A, 2 und E hat jeweils die Zielhöhe $th=1.40$. Die Punkte 1,3,4,5 sind unvermarkt, so dass wir die Höhen jeweils auf die Kippachse des Instruments beziehen: $ih=0.00$. Allerdings ist der Reflektorpunkt jeweils 0.005 höher als die Kippachse, so dass auf den Punkten 3,4,5 noch eine Zielhöhe von $th=0.005$ vorzusehen ist. Die erhaltenen Messwerte entnimmt man der Messwertliste rechts.

Beispiel laden und „Rechnen"

Die Ergebnisse in Form der Mediane sind in der Spalte `Höhe 1` der Tabelle rechts angegeben. Die Spannweiten der Höhen betragen maximal `0.0029` und entsprechen den Erwartungen. (Beachten Sie, dass die Spannweite nicht mit der Standardabweichung zu verwechseln ist. Die Spannweite ist immer wesentlich größer.)

Möchten Sie den klassischen Zugwiderspruch angezeigt bekommen, löschen Sie einfach entweder A oder E aus der Koordinatenliste und berechnen den Zug neu. Im ersten Fall ist das Ergebnis `Z(E)=141.3795`, was einen Zugwiderspruch von `0.0005` entspricht.

Dasselbe Beispiel wird auch für Höhennetze benutzt und kann damit bearbeitet werden. Die Ergebnisse sind allerdings nicht völlig identisch, weil Höhennetze eine Ausgleichung nach kleinsten Quadraten durchführt. Die Abweichungen in den endgültigen Höhen betragen bis zu `0.0004`.

Nun betrachten wir, was passiert, wenn man einen **groben Fehler** einbaut. Wir verfälschen den Zenitwinkel `107.239` um 1 gon auf `108.239` und wiederholen die Berechnung.

Beispiel laden und „Rechnen"

```
A 0 0 116.10 // Nullen sind
E 0 0 141.38 // Platzhalter
```

Koordinatenlisten
Systemtyp: jeder hier mögliche
Spaltenformat: Punktname Koordinaten

Punktnamen und Messwerte

```
1 0.00
A 105.545 55.454 1.40
2  95.112 71.689 1.40
~~~~
3 0.00
2 103.230 49.528 1.40
4  92.751 65.666 0.005
~~~~
4 0.00
3 107.239 65.666 0.005
5  96.345 78.300 0.005
~~~~
5 0.00
4 103.645 78.300 0.005
E  99.300 45.650 1.40
```

Messwertlisten
Format Standpunktzeile: Punktname, Instrumentenhöhe
Format Zielpunktzeile: Punktname, Zenitwinkel, Schrägdistanz, Zielhöhe

	Höhe 1	**Höhe 2**	**Diff.**
A	116.100	116.099	0.001
1	122.324	122.323	0.001
2	126.423	126.422	0.001
3	130.335	130.334	0.001
4	137.791	137.792	0.001
5	142.278	142.279	0.001
E	141.380	141.381	0.001

Höhe 1: original, Höhe 2: mit eingebautem grobem Fehler

Die Ergebnisse in Form der Mediane sind in der Spalte `Höhe 2` der Tabelle rechts angegeben. Die Spannweite der Höhen beträgt maximal `1.06` und zeigt ein Problem an. Allerdings ändern sich die Mediane fast gar nicht, nämlich nur um maximal `0.001`! Vgl. Spalte `Diff.` rechts. Das zeigt deutlich, wie gut die ⇑robuste Schätzung arbeitet. Der Grund ist, dass jeweils weniger als die Hälfte der Ergebnisse den verfälschten Wert benutzen. (Das muss aber nicht immer so sein!)

Schließlich probieren wir aus, wie die ⇓Ausreißererkennung arbeitet. Dem eingebauten Ausreißer wird die Wahrscheinlichkeit **sehr hoch** zugewiesen. Alle **37 (100%)** berechnete Größen werden nach der Eliminierung noch berechenbar sein, aber nur mit 37% ihrer Werte. Z.B. werden für die Neupunkthöhen jetzt nur noch je 5 Werte erhalten, vorher bis zu 17. Alle Spannweiten verringern sich durch die Eliminierung, maximal um 99%. Die Spannweiten der Neupunkthöhen verringern sich von 1.06 auf 0.0033 . Ihre Mediane sind nun wieder identisch mit den Werten vor der Verfälschung.

☰ Beispiel: Berechnung des Orthozentrums eines Dreiecks

Aus gegebenen Eckpunktkoordinaten eines Dreiecks ABC sollen die Koordinaten des **Orthozentrums** H (Schnittpunkt der Höhen) berechnet werden. Die Lösung ist mit einem einzigen Rechengang im Universalrechner möglich.

Die Koordinatenliste besteht aus den gegebenen Eckpunktkoordinaten, siehe rechts. Wir simulieren Richtungsmessungen von den Höhenfußpunkten P,Q,R zu allen Eckpunkten A,B,C und zum Orthozentrum H. Die „gemessenen" Richtungen unterscheiden sich jeweils um 100 gon oder 200 gon. Eine Richtung je Standpunkt kann beliebig festgelegt werden, hier 0 gon zum rückwärtigen Eckpunkt. (Achtung: Für stumpfwinklige Dreiecke müssen die Richtungen angepasst werden.)

Beispiel laden und „Rechnen"

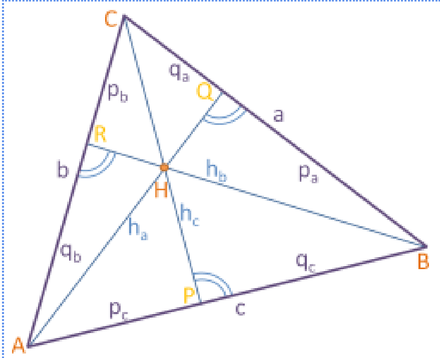
Im Ergebnis der Berechnung werden ebene Koordinaten für alle Punkt P,Q,R,H erhalten. Die Berechnung ist sogar mehrfach möglich, weil ein Standpunkt in der Messwertliste redundant ist. (Überzeugen Sie sich, indem Sie einen beliebigen Standpunkt mit dazugehörigen Zielpunkten löschen und die Berechnung wiederholen.) Die einzelnen Ergebnisse jeder Größe stimmen aber überein, ablesbar an den Spannweiten, denn alle Höhen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt, was hiermit für den Fall dieses Dreiecks gezeigt wäre.

Durch Klick auf die „3" in der Spalte „Werte" können Sie den Rechenablauf nachvollziehen. H wird durch Vorwärtsschnitte (VS) berechnet:

$$XY(H)_1 = VS(XY(Q)_1, t(H \to Q)1, XY(R)_1, t(H \to R)_1)$$
$$XY(H)_2 = VS(XY(P)_1, t(H \to P)1, XY(R)_1, t(H \to R)_1)$$
$$XY(H)_3 = VS(XY(P)_1, t(H \to P)1, XY(Q)_1, t(H \to Q)_1)$$

Die Höhenteilstücke entnimmt man der Ergebnistabelle und berechnet daraus die Produkte:

AH=3.950   HQ=2.686   AH·HQ=10.61



Dreieck ABC mit Orthozentrum H

Punktnamen und Koordinaten

```
A 14.02 17.11 // Eckpunkt-
B 23.06 18.18 // koordinaten
C 16.10 24.03
```

Koordinatenlisten
Systemtyp: YXZ linkshändig
Spaltenformat: Punktname Koordinaten

Punktnamen und Messwerte

```
P   // Höhenfußpunkt auf AB
A 0
C 100
H 100  // Orthozentrum
B 200
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
Q   // Höhenfußpunkt auf BC
B 0
A 100
H 100  // Orthozentrum
C 200
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
R   // Höhenfußpunkt auf AC
C 0
B 100
H 100  // Orthozentrum
A 200  // Winkeleinheit = Gon
```

BH=6.786	HR=1.563	BH·HR=10.61
CH=3.924	HP=2.704	CH·HP=10.61

Die Gleichheit der Produkte in der letzten Spalte folgt aus einer bekannten Gesetzmäßigkeit der Geometrie, die hier als zusätzliche Probe dient.

Messwertlisten
Format Standpunktzeile: nur Punktname
Format Zielpunktzeile: Punktname, Horizontalrichtung in Gon

Aufgabe: Laden Sie das Dreieck ABC in Ebene Polygone und berechnen Sie außerdem den Flächenschwerpunkt M_2 und den Umkreismittelpunkt M_3 . Überprüfen Sie dann die bekannte Tatsache, dass M_2, M_3 und H kollinear sind, d.h. auf einer Geraden liegen, der sogenannten **Euler-Geraden** . Tipp: Das Dreieck M_2M_3H sollte verschwindenden Flächeninhalt haben.

Auch interessant

X

Polygonzüge Messwertlisten Projektverwaltung
Polygonzüge Universalrechner Standpunktzentrierung
Satzmessungen Koordinatenlisten Atmosphärische Korrektion

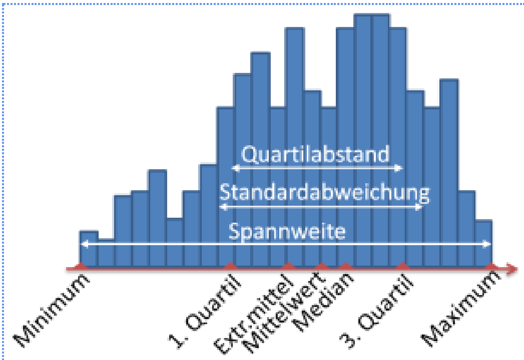
©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:53 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Wiederholungsmessungen

Seiteninhalt

In der Geodäsie und in anderen messenden Disziplinen wird eine Größe oft mehrmals unter denselben äußeren Bedingungen gemessen, um die Genauigkeit und Zuverlässigkeit zu erhöhen. Es wird angenommen, dass sich die Messwerte nur durch zufällige unabhängig identisch verteilte Messabweichungen unterscheiden. Solche Messwerte werden umfassend ausgewertet, einschließlich sämtlicher anwendbarer statistischer Tests. Statt geodätischer Messwerte können auch alle anderen derartigen Zufallsstichproben ausgewertet werden.

Empirische Streuungsmaße, Schiefe und Exzess-Kurtosis



Histogramm der Messwerte

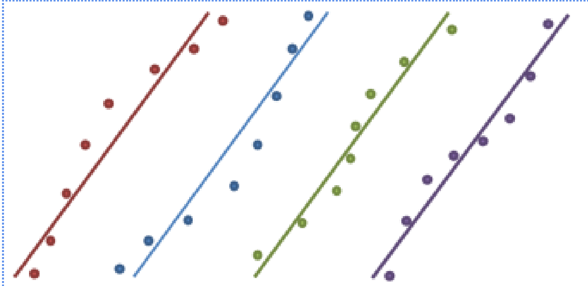
Der **Quartilabstand** (auch Interquartilabstand) ist der Abstand des ersten und dritten Quartils (Viertelwerts). Innerhalb dieses Intervalls liegen 50% aller Werte einer Größe. Für die Berechnung des Quartilabstands werden mindestens 12 Messwerte benötigt.

Die **Schiefe** zeigt an, wie symmetrisch oder unsymmetrisch die Messwert-Verteilung ist. Schiefe < 0: linksschief, = 0: symmetrisch, > 0: rechtsschief.

Die **Exzess-Kurtosis** zeigt an, wie flach- oder steilgipflig die Messwert-Verteilung ist, im Vergleich zur Normalverteilung. Exzess-Kurtosis < 0: flachgipflig, = 0: normale Form (Gauß-Glocke), > 0: steilgipflig.

Normalverteilungsplot

Dieser Plot stellt eine schnelle graphische Methode dar, um bei den Wiederholungsmessungen Abweichungen von der Normalverteilung festzustellen. Auf der horizontalen Achse sind die Messwerte aufgetragen und auf der vertikalen Achse die Mediane der zugehörigen normalen Ordnungsstatistiken. Im Falle einer Normalverteilung müssten alle Punkte im Plot etwa auf einer Geraden liegen. Abweichungen davon können auf unsymmetrische (schiefe) oder steilgipflige, d.h. endlastige, oder flachgipflige Verteilungen hindeuten. Isoliert liegende Punkte links unten oder rechts oben in der Graphik sind ausreißerverdächtig.



Abweichungen von der Normalverteilung (von links nach rechts): rechtsschief, linksschief, steilgipflig, flachgipflig

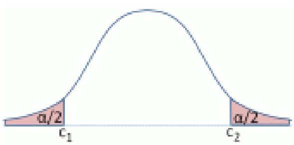
Erläuterungen zu den statistischen Tests

Die Messwerte werden als unabhängige Realisierungen einer normalverteilten Zufallsvariable betrachtet. Wenn die Messwerte nur näherungsweise einer Normalverteilung folgen, liefern einige Tests immer noch korrekte Ergebnisse, wenn die Zahl der Messwerte nicht zu gering ist. Korrelationen würden das Ergebnis verfälschen.

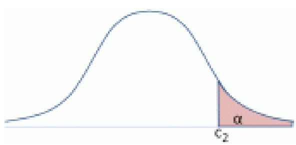
⚠Obwohl für die Messwerte alle möglichen Tests nacheinander berechnet werden, wäre es **nicht korrekt** , die Ergebnisse mehrerer Tests gleichzeitig zu benutzen, ohne die Wahrscheinlichkeit für Entscheidungsfehler erster Art α anzupassen. Möchte man mit denselben Messwerten einen **multiplen** Test durchführen, z.B. einen Ausreißertest und sodann einen Test des Erwartungswertes, dann muss berücksichtigt werden, dass die Gesamtwahrscheinlichkeit für Entscheidungsfehler erster Art α größer wird. Im einfachsten Fall von nahezu unabhängigen multiplen Teststatistiken muss nach der Bonferroni-Gleichung die gewünschte Gesamtwahrscheinlichkeit durch die Anzahl der Einzeltests dividiert werden, um zur für jeden Einzeltest einzustellenden Wahrscheinlichkeit α zu gelangen.

Alle Tests werden berechnet, die theoretisch berechenbar sind, selbst wenn ein anderer Test mit geringerer Wahrscheinlichkeit eine falsche Entscheidung herbeiführen würde. **Beispiel:** Ist die Standardabweichung der Messwerte a priori korrekt bekannt, führt der w-Test nach Baarda seltener eine falsche Entscheidung als der Pope-Test und der Gauß-Test seltener eine falsche Entscheidung als der t-Test herbei.

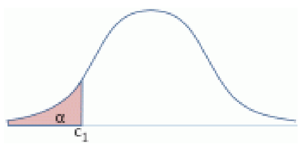
Annahmebereich : Die Nullhypothese H_o wird angenommen, wenn die Teststatistik



beim zweiseitigen Test zwischen die kritischen Werte c_1,c_2 fällt.



beim rechtsseitigen Test den kritischen Wert c_2 unterschreitet.



beim linksseitigen Test den kritischen Wert c_1 überschreitet.

Testverteilungen

$N(\mu,\sigma)$	Normalverteilung mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ
$t(r)$	t-Verteilung mit r Freiheitsgraden
$\tau(r)$	τ-Verteilung mit r Freiheitsgraden
$\chi^2(r)$	χ²-Verteilung mit r Freiheitsgraden
$F(r,r')$	F-Verteilung mit r und r' Freiheitsgraden

Anderson-Darling-Test auf Normalverteilung

Dieser Test überprüft für die Messwerte die Hypothese der Normalverteilung. Die Teststatistik bewertet die Differenz zwischen der empirischen Verteilung der Stichprobe und der Normalverteilung und gibt dabei mehr Gewicht auf die Enden der Verteilung, als klassische Tests wie z.B. der Cramér–von-Mises Test.
Wenn Parameter der Verteilung μ_0 und/oder σ_0 a priori bekannt sind, werden diese im Test benutzt.

Beispiel: Wiederholte Höhenbestimmung eines Punktes

Jährlich im dritten Semester werden im Studiengang Vermessung/ Geoinformatik der HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES von jedem Studierenden tachymetrische Bestimmungen derselben Punkte vorgenommen. Diese können als unabhängige Wiederholungsmessungen angesehen werden. In den Jahren 2010 und 2011 wurden für einen ausgewählten Punkt folgende Ergebnisse erhalten:

Jahr	Bestimmungen der Punkthöhe, Einheit=Meter
2010	116.774 116.755 116.755 116.751 116.742 116.745 116.760 116.754 116.753 116.739 116.752 116.747 116.732 116.752 116.736 116.764 116.738 116.765 116.757 116.750 116.741 116.759 116.751 116.753 116.734 116.737 116.757 116.730 116.755
2011	116.764 116.748 116.758 116.743 116.757 116.659 116.744 116.754 116.761 116.762 116.769 116.741 116.747 116.738 116.744 116.750 116.746 116.736 116.760 116.762 116.760 116.756 116.739 116.754 116.728 116.745 116.737 116.750

Der Punkt hat im Übungnetz die bekannte Soll-Höhe **116.767 m** . Von den Studierenden kann trotz fehlender Routine eine Bestimmung der Punkthöhe mit einer Standardabweichung von $\sigma_o = 0.01\ m$ erwartet werden. Die Wiederholungsmessungen sollen mit einer Wahrscheinlichkeit für Entscheidungsfehler erster Art von $\alpha = 0.05$ statistisch getestet werden.

Beispiel laden und „Rechnen"

Der ⇑Normalverteilungsplot zeigt die Verteilung der Messwerte (Punkte) relativ zu einer am besten passenden Normalverteilung (Gerade) an. Sofort fällt auf, dass links unten ein roter (=2011) Punkt insoliert liegt. Dieser zeigt eindeutig einen Ausreißer an.
Die restlichen Punkte streuen etwa um die blaue (=2010) Gerade. Im mittleren Bereich der Punkte (rund um den Median) liegen die blauen (=2010) Punkte etwas weiter rechts, als die roten (=2011). Der Median der 2010er Messwerte ist also größer, nämlich um **3 mm**.

Zunächst kann man untersuchen, ob die geforderte Messgenauigkeit erreicht wurde, ob also $H_o{:}\sigma \leq \sigma_o$ anzunehmen ist. Das überprüft der rechtsseitige **Globaltest**, der bei der Messreihe `Jahr 2011` abgelehnt wird. Also wurde die Messgenauigkeit hier wahrscheinlich nicht erreicht. Genauer gesagt, die Wahrscheinlichkeit, dass die Messgenauigkeit erreicht und der Globaltest trotzdem abgelehnt wurde, beträgt $\alpha=0.05$.

Auch der **w-Test** nach Baarda zeigt für `Jahr 2011` einen Ausreißer an. Dies ist der Messwert `116.659`, der am weitesten vom Mittelwert entfernt liegt. Eliminiert man diesen Wert und wiederholt die Auswertung, wird sowohl der linksseitige Globaltest, als auch der w-Test angenommen. Allerdings könnte irritieren, dass auch der rechtsseitige Globaltest $H_o{:}\sigma \geq \sigma_o$ angenommen wird. Die Ursache für dieses Phänomen ist folgende: Wenn α klein genug gewählt wird, werden die Nullhypothesen für alle statistischen Tests angenommen. Und für nur wenige Messwerte ist $\alpha=0.05$ praktisch schon sehr klein.

Wäre $\sigma_o=0.01$ nicht bekannt gewesen, hätte man den Ausreißer hier auch mittels **τ-Test** nach Pope aufdecken können.

Die Standardabweichungen einer einzelnen Bestimmung der Punkthöhe werden jetzt a posteriori mit `0.0107 m` für `Jahr 2010` und `0.0102 m` für `Jahr 2011` ermittelt. Die Antwort auf die Frage, ob nach Eliminierung des Ausreißers die Messgenauigkeiten beider Jahre als gleich zu bewerten sind, liefert der zweiseitige **F-Test** mit $H_o{:}\sigma_x=\sigma_y$. Diese Hypothese wird angenommen, also war die Genauigkeit im `Jahr 2011` nicht signifikant höher.

Die Mittelwerte betragen `116.7496 m` für `Jahr 2010` und `116.7501 m` für `Jahr 2011`. Die Antwort auf die Frage, ob nach Eliminierung des Ausreißers die Erwartungswerte beider Messreihen als gleich zu bewerten sind, liefert der **Zweistichproben-Gauß-Test** mit $H_o{:}\mu_x=\mu_y$. Diese Hypothese wird angenommen, also sind die Erwartungswerte als gleich zu betrachten.

Die Hypothese, dass der als Sollhöhe des Punktes bisher verwendete Wert $\mu_o=116.767$ mit den Mittelwerten identisch ist, ist Gegenstand des zweiseitigen **Einstichproben-Gauß-Tests** mit $H_o{:}\mu=\mu_o$. Diese Hypothese wird für beide Jahre abgelehnt. Die Schlussfolgerung könnte lauten, dass die Sollhöhe nicht korrekt ist, oder dass in beiden Jahren dieselben systematischen Messabweichungen auftraten. In diesem Fall ist nur denkbar, dass eine in allen Bestimmungen gemeinsam verwendete Anschlusshöhe falsch war und dies bei der Stationshöhenbestimmung nicht auffiel.

Da beide Messreihen keine signifikanten Unterschiede aufweisen, kann man diese zu einer Messreihe vereinen und die Auswertung wiederholen:

Beispiel laden und „Rechnen"

Genau wie in allen bisherigen Fällen wird die Sollhöhe $\mu_0=116.767$ zurückgewiesen. Dieser Wert ist entweder nicht korrekt oder wurde systematisch falsch erhalten. Außerdem wird die ⇑Hypothese der Normalverteilung mit dem Parameter $\mu_0=116.767$ abgelehnt. Ohne diesen Parameter ist der **Anderson-Darling-Test** erfolgreich.

☰ Beispiel: Probieren Sie dieses Rechenwerkzeug mit normalverteilten Pseudozufallszahlen aus

Zwei Reihen normalverteilter Pseudozufallszahlen $N(53.06;16.10)$ aus ⇛www.random.org/gaussian-distributions

Beispiel laden und „Rechnen"

☰ Beispiel: Probieren Sie dieses Rechenwerkzeug mit anderen Pseudozufallszahlen aus

Eine Reihe Laplace-verteilter und eine Reihe $\chi^2(1)$-verteilter Pseudozufallszahlen, je 100 Werte, berechnet mit ⇛GNU Octave werden untersucht. Die wahren Parameter dieser Verteilungen sind

Reihe	Erwartungswert	Median	Standardabw.	Quartilabstand	Schiefe	Exzess-Kurtosis
Laplace	0	0	1.414	1.386	0	3
$\chi^2(1)$	1	0.455	1.414	1.222	2.828	12

Beispiel laden und „Rechnen"

☰ Auch interessant

x

Erste Schritte
Wiederholungsmessungen
Vermittelnde Ausgleichung
Doppelmessungen
Ausgleichungslehrbücher
Fehlerellipsen und -ellipsoide
Liste der Anleitungen
Vermittelnde Ausgleichung
Kritische Werte für Hypothesentests

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:53 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Doppelmessungen

Seiteninhalt

Mehrere Größen wurden je zweimal gemessen, möglicherweise mit unterschiedlichen Genauigkeiten und/oder mit systematischer Differenz. Solche Messungen werden umfassend ausgewertet, einschließlich statistischer Tests, z.B. dass eine systematische Differenz vorliegt.

Einführung

Häufig werden in der geodätischen Praxis Messungen doppelt ausgeführt. Oft ist für die Ausführung dieser Messungen eine bestimmte Messungsanordnung vorgeschrieben, wie z.B. die Messung von Horizontalrichtungen und Zenitwinkeln in 2 verschiedenen Fernrohrlagen oder die doppelte Besetzung von Punkten mit GNSS-Antennen. Damit wir die Ergebnisse von zwei Messungen, die ursprünglichen Messwerte L' und L'', als Doppelmessungen im Sinne der Ausgleichungsrechnung auffassen können, dürfen diese Messwerte entweder keine systematischen Differenzen $d=E\{L''-L'\}$ besitzen, oder wenn doch, dann müssen diese für alle Paare von Messwerten gleich groß sein. Ist diese Bedingung erfüllt, können L' und L'' auch andere unkorrelierte Größen sein, z.B. berechnete Größen wie Koordinaten.

Messwerte und Genauigkeitsmaße

Messwerte werden in Form von Messwertlisten eingegeben. Beachten Sie auch die Regeln für tabellarische Eingaben. Jeder Messwertsatz (Zeile des Texteingabefeldes) enthält ein Paar von Messwerten L' und L'', sowie ggf. einen Namen für die Messgröße L und zugehörige Standardabweichungen oder Gewichte in benutzerdefinierter Reihenfolge.

Standardabweichungen müssen in derselben Einheit wie die Messwerte gegeben werden. Sie können für jeden Messwert getrennt oder auch für beide Messwerte eines Paares gemeinsam gegeben werden. Statt Standardabweichungen können genauso auch nur Gewichte gegeben werden, hier spielt die Einheit keine Rolle. Fehlen einige oder alle Genauigkeitsmaße, so werden diese durch Ausfallwerte ersetzt. Wird in der Messwertliste keine Spalte für Genauigkeitsmaße selektiert, wird der Ausfallwert als Standardabweichung angesehen. Sind weder Genauigkeitsmaße im Texteingabefeld noch Ausfallwerte gegeben, werden alle Gewichte mit Eins angenommen, wobei eine Warnung erfolgt.

Unvollständige Messwertsätze oder solche mit Gewicht Null werden ignoriert.

Sind Standardabweichungen σ gegeben, so werden diese in Gewichte $p=1/\sigma^2$ umgerechnet. Schließlich muss jeder Messwert ein Gewicht besitzen.

Ergebnisse

Zunächst werden die Differenzen L''-L' und mittels Gewichtsfortpflanzung auch deren Gewichte berechnet.

Die Auswertung erfolgt in zwei unterschiedlichen Modellen:

ohne systematische Differenz der Messwerte
: Die Erwartungswerte der Messwerte sind gleich, d.h. systematische Messabweichungen gelten als gleich groß, z.B. sind diese auszuschließen, also Null.

mit systematischer Differenz der Messwerte
: Systematische Messabweichungen sind nicht auszuschließen.

In beiden Fällen werden Verbesserungen für die Messwerte und ausgeglichene Messwerte geschätzt. Im Fall ohne systematische Differenz sind ausgeglichene Messwerte einfach die gewichteten Mittelwerte. Im Fall mit systematischer Differenz wird außerdem der ausgeglichene Wert der Differenz $\bar{d}$ geschätzt.

In beiden Fällen werden a posteriori Standardabweichungen $\bar{\sigma}$ für die ursprünglichen und ausgeglichene Messwerte geschätzt. Im Fall mit systematischer Differenz wird außerdem die posteriori Standardabweichung $\bar{\sigma}_{\bar{d}}$ der ausgeglichenen Differenz $\bar{d}$ geschätzt.

Auf Wunsch können Genauigkeitsmaße mehr Ziffern ausgegeben werden.

Statistische Tests

Wenn die Messwerte unkorreliert normalverteilte Messabweichungen aufweisen, sind die Differenzen der Messwerte oder die normierten oder studentisierten Differenzen der Messwerte eine statistische Stichprobe einer Zufallsvariable mit einer bekannten Verteilung.

gegeben	**Standardabweichungen**		**nur Gewichte**
Gewichte/Stdabw.	alle gleich groß	unterschiedlich groß	
zu untersuchen	Differenzen $\Delta L = L''$-L'	normierte Differenzen $\Delta L/\sigma_{\Delta L}$	studentisierte Differenzen $\Delta L/\bar{\sigma}_{\Delta L}$
Verteilung der ΔL falls $d=0$	Normalverteilung $N(0,\sigma^2)$	$N(0,1)$	t-Verteilung $t(r-1)$

d = wahre systematische Differenz — σ = Standardabweichung der Messwerte

r = Gesamtredundanz — $\sigma_{\Delta L}$ = Standardabweichungen der Differenzen ΔL

Auf diese Weise ist es möglich, statistische Hypothesen zu testen. Folgende Tests sind mit dem Rechenwerkzeug Wiederholungsmessungen angewendet auf diese (normierten/studentisierten) Differenzen möglich:

Test auf Normalverteilung

Der Anderson-Darling-Test auf Normalverteilung überprüft für die (normierten) Differenzen die Hypothese der Normalverteilung. Wenn Parameter der Verteilung a priori bekannt sind, werden diese im Test benutzt.

Globaltest

Dieser Test ist nur möglich, wenn Standardabweichungen für die Messwerte gegeben wurden. Dann kann statistisch überprüft werden, ob die a posteriori Standardabweichung der (normierten/studentisierten) Differenzen mit dem a priori Wert übereinstimmt.

Ausreißertests

Hier wird statistisch überprüft, ob die Messwerte frei von Ausreißern sind. Wurden Standardabweichungen gegeben, eignet sich der Ausreißertest nach Baarda (w-Test). Sind nur Gewichte gegeben sollte der Ausreißertest nach Pope (τ-Test) gewählt werden.

Signifikanztest $d \neq 0$

Hier wird statistisch überprüft, ob die Messwerte eine systematische Differenz $d \neq 0$ aufweisen. Sind Standardabweichungen gegeben, eignet sich der Einstichproben-Gauß-Test. Sind nur Gewichte gegeben, sollte der Einstichproben-t-Test gewählt werden.

☰ Doppelte Bestimmung von Punkthöhen durch schnellstatische GNSS-Messungen

Für 8 Punkte wurden im Abstand von 10 Jahren durch schnellstatische GNSS-Messungen die Höhen bestimmt. Die Standardabweichung wird im Jahr 2009 mit 30 mm angenommen, im Jahr 2019 kann von einer Standardabweichung von 20 mm ausgegangen werden.

Punkt	Höhe 2009	Höhe 2019
628881	115.232 m	115.252 m
628882	113.345 m	113.357 m
628883	113.203 m	113.215 m
628884	117.232 m	117.230 m
628885	119.733 m	119.720 m
628886	112.400 m	112.434 m
628887	114.220 m	114.206 m
628888	114.004 m	114.009 m

Beispiel laden und „Rechnen"

Wird eine systematische Differenz durch **gleichmäßige Höhenänderung im gesamten Gebiet ausgeschlossen**, so ergeben sich die ausgeglichenen Höhen in der zweiten Spalte der folgenden Tabelle. Die Standardabweichungen dieser Höhen betragen `7.7 mm`.

Wird eine systematische Differenz durch **gleichmäßige Höhenänderung im gesamten Gebiet angenommen**, so wird für diese der ausgeglichene Wert `6.75 mm` erhalten. Die ausgeglichenen Höhen ergeben sich in der dritten und vierten Spalte der folgenden Tabelle. Die Standardabweichungen dieser Höhen betragen `8.5 mm` für 2009 und `7.8 mm` für 2019.

	$d = 0$	$d \neq 0$	
Punkt	**Höhe**	**Höhe 2009**	**Höhe 2019**
628881	115.246 m	115.241 m	115.248 m
628882	113.353 m	113.349 m	113.355 m
628883	113.211 m	113.207 m	113.213 m
628884	117.231 m	117.226 m	117.233 m

628885	119.724 m	119.719 m	119.726 m
628886	112.424 m	112.419 m	112.426 m
628887	114.210 m	114.206 m	114.212 m
628888	114.007 m	114.003 m	114.010 m

Um zu entscheiden, ob die Hypothese $d = 0$ angenommen werden kann, ist ein statistischer Hypothesentest nötig, in diesem Fall ein zweiseitiger Einstichproben-Gauss-Test der normalverteilten Stichprobe der Höhendifferenzen. Dazu müssen die Höhendifferenzen in Wiederholungsmessungen geladen und berechnet werden. Die Teststatistik beträgt $z = 0.53$. Mit der Wahrscheinlichkeit für Entscheidungsfehler erster Art $\alpha = 0.05 = 5\%$ lauten die kritischen Werte $-1.96;1.96$. Somit wird die Hypothese $d = 0$ angenommen.

Auch interessant

X

- Erste Schritte
- Doppelmessungen
- Liste der Anleitungen
- Ausgleichungslehrbücher
- Wiederholungsmessungen
- Wiederholungsmessungen
- Vermittelnde Ausgleichung
- Vermittelnde Ausgleichung
- Kritische Werte für Hypothesentests

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:54 (Zeitzone Amsterdam)

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Vermittelnde Ausgleichung

Seiteninhalt

Das allgemeine vermittelnde Ausgleichungsproblem wird nach der Methode der kleinsten Quadrate gelöst, optional mit Bedingungsgleichungen für Parameter und Funktionen ausgeglichener Größen.

☰ Einführung

Die (linearisierten) Verbesserungsgleichungen $l + v = A\,x$ werden nach der **Methode der kleinsten Quadrate**: $v^T P\,v = min!$ gelöst, bekannt auch als **vermittelnde Ausgleichung** (Gauß-Markov-Modell):

- l ist der bekannte n -Vektor der (gekürzten) Beobachtungen (Absolutgliedvektor)
- A ist die bekannte $n{\times}u$ -Designmatrix des Ausgleichungsmodells, $n{>}u$!
- P ist die bekannte $n{\times}n$ -Gewichtsmatrix der Beobachtungen (hier diagonal)
- x ist der unbekannte u -Vektor der (gekürzten) Parameter
- v ist der unbekannte n -Vektor der Verbesserungen (Residuen)

Optional können m (linearisierte) **Bedingungsgleichungen** $B^T x{=}b$ angegeben werden, die die wahren Parameter x erfüllen:

- b ist der bekannte m -Vektor der (gekürzten) Bedingungen,
- B ist die bekannte $u{\times}m$ -Matrix der (gekürzten) Bedingungen.

Die ausgeglichenen Parameter $\overline{x}$ werden in diesem Fall so berechnet, dass diese ebenso die Bedingungsgleichungen erfüllen.

Ein Ausgleichungsproblem liegt nur vor, wenn $n + m > u$ gilt. Im Moment werden nur

- unkorrelierte Beobachtungen, bei denen P eine Diagonalmatrix ist, und
- reguläre Ausgleichungsprobleme, bei denen A und B vollen Rang haben,

unterstützt. Überstrichene Größen symbolisieren Schätzwerte, also entweder ausgeglichene Größen $\overline{x}, \overline{l}$ oder a posteriori Standardabweichungen $\overline{\sigma}$.

☰ Das lineare Ausgleichungsmodell

Mindestens der Vektor der Beobachtungen l und die Designmatrix A müssen gegeben werden. Ihre Zeilenzahl muss gleich sein. Optional können die Beobachtungen und die Parameter mit Namen versehen werden. Diese erscheinen dann in den Ergebnistabellen.

Für jede Beobachtung können Sie einen Wert für die a priori Standardabweichung σ oder ein Gewicht p angeben. Im ersten Fall berechnet IN DUBIO PRO GEO die Gewichte für die Ausgleichung aus $1/\sigma^2$. Standardabweichungen haben dieselbe Einheit wie die Beobachtungen und dürfen nicht negativ sein. Gewichte müssen positiv sein. Wird nur ein Wert gegeben, gilt dieser für alle Beobachtungen gleichermaßen. Wird kein Wert gegeben, werden alle Gewichte gleich Eins gesetzt.

Bei Bedarf kann eine Bedingungsmatrix B und ein Bedingungsvektor b gegeben werden. Die Zeilen- und Spaltenzahl von B muss zu den Dimensionen von b und x passen. Alternativ kann auch die transponierte Matrix B^T gegeben werden.

Als **Hauptergebnisse** der Ausgleichung erhält man

- ausgeglichene Parameter $\overline{x}$
- ausgeglichene Beobachtungen $\overline{l}$
- für beide Vektoren die zugehörigen a posteriori Standardabweichungen $\overline{\sigma}$
- für beide Vektoren die zugehörigen a priori Standardabweichungen σ, aber nur, falls solche für die Beobachtungen gegeben waren
- für beide Vektoren die zugehörigen Kofaktormatrizen $Q_{\overline{x}}, Q_{\overline{l}}$
- Redundanzanteile r aller Beobachtungen
- Redundanzmatrix R

Funktionen ausgeglichener Größen

Oft ist man nicht direkt an den ausgeglichenen Größen $\overline{x}$ oder $\overline{l}$ selbst interessiert, sondern diese sind nur Hilfsgrößen auf dem Weg zu eigentlich gesuchten Größen f. Also berechnet man diese Größen als **Funktionen** ausgeglichener Größen. Ist diese Funktion **linear** in der Form $f = F\,\overline{x}$ oder $f = F\,\overline{l}$, so gibt man direkt die Matrix F an und erhält f als Rechenergebnis. Für f werden a posteriori Standardabweichungen $\overline{\sigma}_f$ und auch a priori Standardabweichungen σ_f berechnet, das letzte aber nur, falls solche für die Beobachtungen gegeben waren.

Optional können die Funktionen mit Namen versehen werden. Diese erscheinen dann in den Ergebnistabelle.

Tritt noch ein Absolutglied f_o hinzu, so dass $f = f_o + F\,\overline{x}$ oder $f = f_o + F\,\overline{l}$, ändern sich die Standardabweichungen nicht. f_o kann zu f manuell addiert werden.

Statistische Tests

Statistische Tests werden nur berechnet, wenn eine Wahrscheinlichkeit für Entscheidungsfehler erster Art α gegeben wurde. Je kleiner dieser Wert ist, desto seltener wird bei den Tests die Nullhypothese abgelehnt.

Der **Globaltest** überprüft, ob a priori und a posteriori Standardabweichungen ausreichend gut übereinstimmen. Er ist damit nur anwendbar, wenn beide Werte berechnet werden konnten. Dieser Test deckt eine Reihe von möglichen Modellfehlern auf.

Zur Lokalisierung möglicher Ausreißer kann der **τ-Test** nach Pope oder der **w-Test** nach Baarda genutzt werden, der letzte aber nur, wenn a priori Standardabweichungen für die Beobachtungen gegeben wurden. In diesem Fall ist er vorzuziehen. Die Teststatistik für einen Ausreißer ist entweder $max|SV|$ oder $max|NV|$. Falls diese den zugehörigen kritischen Wert überschreitet, ist ein Ausreißer aufgedeckt und lokalisiert in der Beobachtung, bei der das Maximum auftrat.

Außerdem werden Informationskriterien (AIC, AICc, BIC) für das Ausgleichungsmodell berechnet.

Linearisierung

Bei **nichtlinearen** Ausgleichungsmodellen $L+v=\varphi(X)$ mit nichtlinearen Funktionen φ ist eine Linearisierung nötig, bei der ausgehend von einem Vektor der Näherungsparameter X^0 gesetzt wird

$$x:=X-X^0, \quad l:=L-\varphi(X^0)$$

und die Matrix A besteht aus allen partiellen Ableitungen $\partial\varphi/\partial X$ berechnet an der Stelle $X=X^0$.
Eine solche Matrix heißt in der Mathematik Jacobi-Matrix. Am Ende werden die ausgeglichenen Größen berechnet als

$$\overline{X}=X^0+\overline{x}, \quad \overline{L}=L+v$$

Es sollte die Schlussprobe $\overline{L}=\varphi(\overline{X})$ erfüllt sein, sonst waren die Näherungsparameter zu schlecht und die Ausgleichung muss mit $X^0:=\overline{X}$ wiederholt werden. Das Linearisieren muss **manuell** erledigt werden. Die Standardabweichungen für ungekürzte und gekürzte Parameter $\overline{X}, \overline{x}$ und für ungekürzte und gekürzte Beobachtungen $\overline{L}, \overline{l}$ sind identisch.

Sind **nichtlineare** Bedingungsgleichungen $\beta(X)=0$ vorhanden, müssen auch diese linearisiert werden:

$$\beta(X^0+x)=\beta(X^0)+B^Tx=0, \quad b=-\beta(X^0)$$

und die Matrix B^T besteht aus den partiellen Ableitungen $\partial\beta/\partial X$ berechnet an der Stelle $X=X^0$.

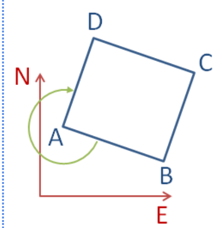
Bei **nichtlinearen** Funktionen $f=\psi(\overline{X})$ müssen auch diese linearisiert werden:

$$\psi(X^0+\overline{x})=\psi(X^0)+F\overline{x}=0, \quad f_o=\psi(X^0)$$

und die Matrix F besteht aus den partiellen Ableitungen $\partial\psi/\partial X$ berechnet an der Stelle $X=X^0$. Die Standardabweichungen können wie zuvor direkt der Berechnung entnommen werden. Die Funktionswerte müssen manuell berechnet werden als $\psi(\overline{X})$ oder $\psi(X_o)+f$. Diese Werte müssten bis auf Linearisierungsfehler gleich sein (Schlussprobe). Dieselbe Prozedur gilt für $f=\psi(\overline{L})$.

Für nähere Erläuterungen zur Geodätischen Ausgleichung konsultieren Sie bitte die Ausgleichungslehrbücher.

Beispiel: Ausgleichendes Quadrat durch vier Eckpunkte



Ausgleichendes Quadrat durch vier Eckpunkte

Die Ecken eines ebenen Quadrats wurden gemessen (E=Ost, N=Nord):

	E [m]	N [m]
A	17.11	14.02
B	39.37	8.26
C	45.13	30.53
D	22.80	36.30

Wegen geringer Messabweichungen beschreiben diese Punkte nicht exakt ein Quadrat. Dieses soll bestmöglich im Sinne kleinster Verbesserungsquadrate $v^TPv=min!$ für die Beobachtungen bestimmt werden. Außerdem suchen wir die Seitenlänge a und den Flächeninhalt F des ausgeglichenen Quadrats mit Genauigkeitsschätzungen.

Beobachtungen L sind die $n=8$ gemessenen Koordinaten in der gewählten Reihenfolge $E_A,N_A,E_B,\ldots,N_D$. Alle Beobachtungsstandardabweichungen σ_l können a priori mit 0.01 m angenommen werden. Korrelationen zwischen den Beobachtungen müssen, da unbekannt, vernachlässigt werden.

Tipp: Überzeugen Sie sich mit der Berechnung von ABCD in Ebene Polygone, dass ABCD näherungsweise quadratisch ist:

Beobachtungspolygon laden und "Rechnen"

Ein Quadrat wird durch $u=4$ **Parameter** eindeutig bestimmt. Wir wählen die Koordinaten der Punkte A und B als Parameter aus. Zur Unterscheidung von den Beobachtungen symbolisieren wir diese mit kleinen Buchstaben e_A,n_A,e_B,n_B und wählen diese Reihenfolge. Um die durch die Parameter beschriebenen Punkte A und B zu einem exakten Quadrat zu ergänzen, drehen wir den Vektor AB um 300 gon = 270° (⇑ Abbildung) und tragen diesen gedrehten Vektor an B und an A an. (Einen ebenen Vektor dreht man um 300 gon = 270°, indem man die beiden Komponenten vertauscht und bei der neuen Ost-Komponente das Vorzeichen ändert.) Das Quadrat mit den Parametern e_A,n_A,e_B,n_B hat also folgende weiteren Eckpunktkoordinaten:

$$e_C=e_B-(n_B-n_A) \qquad n_C=n_B+(e_B-e_A) \qquad e_D=e_A-(n_B-n_A) \qquad n_D=n_A+(e_B-e_A)$$

Somit ergibt sich folgendes **funktionale Ausgleichungsmodell** $L+v=\varphi(X)$:

$$E_A+v_{EA}=e_A \qquad E_B+v_{EB}=e_B \qquad E_C+v_{EC}=e_B-(n_B-n_A) \qquad E_D+v_{ED}=e_A-(n_B-n_A)$$

$$N_A+v_{NA}=n_A \qquad N_B+v_{NB}=n_B \qquad N_C+v_{NC}=n_B+(e_B-e_A) \qquad N_D+v_{ND}=n_A+(e_B-e_A)$$

Weil φ hier eine lineare Funktion ist, wäre von daher keine **Linearisierung** nötig, und wir könnten das soeben erstellte System der Verbesserungsgleichungen sofort mit $l+v=Ax$ identifizieren. Allerdings ist die Seitenlänge a eine nichtlineare Funktion der Parameter, und zur Berechnung der Genauigkeit von a ist eine Linearisierung letztlich doch nötig. Wir verwenden die gemessenen Koordinaten der Punkte A und B als Näherungsparameter X^0 . Die gekürzten Beobachtungen $l=L-\varphi(X^0)$ lauten daher:

```
        E [m]                                N [m]
A       17.11- 17.11            = 0.00       14.02- 14.02            =0.00
B       39.37- 39.37            = 0.00        8.26-  8.26            =0.00
C       45.13-(39.37-8.26+14.02)= 0.00       30.53-( 8.26+39.37-17.11)=0.01
D       22.80-(17.11-8.26+14.02)=-0.07       36.30-(14.02+39.37-17.11)=0.02
```

Die Designmatrix A und der Vektor der gekürzten Beobachtungen l lauten somit:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad l=\begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.01 \\ -0.07 \\ 0.02 \end{pmatrix}$$

Zwei **Funktionen von ausgeglichenen Parametern**

$$a=[(e_A-e_B)^2+(n_A-n_B)^2]^{½},\ F=(e_A-e_B)^2+(n_A-n_B)^2$$

sind zu berechnen. Aus diesen Funktionen (in dieser Reihenfolge) gewinnen wir folgende Ableitungen, die in der Funktionalmatrix

$$F=\begin{pmatrix} \frac{17.11-39.37}{22.993} & \frac{14.02-8.26}{22.993} & \frac{39.37-17.11}{22.993} & \frac{8.26-14.02}{22.993} \\ 2(17.11-39.37) & 2(14.02-8.26) & 2(39.37-17.11) & 2(8.26-14.02) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -44.52 & 11.52 & 44.52 & -11.52 \\ -0.9681 & 0.2505 & 0.9681 & -0.2505 \end{pmatrix}$$

zusammengefasst werden. Zusammen mit den $n=8$ a priori Standardabweichungen der Beobachtungen, die alle `0.01` betragen, sind die Eingangsgrößen komplett. Als Wahrscheinlichkeit für Entscheidungsfehler erster Art wählen wir `0.01`.

Beispiel laden und „Rechnen"

Zunächst stellen wir fest, dass der **Globaltest** abgelehnt wird. Das bedeutet, dass die Genauigkeiten a priori und a posteriori signifikant verschieden sind. Alle ausgeglichenen Koordinaten haben dieselbe Standardabweichung von $\sigma_{\bar{l}}=7.1\ mm$ bzw. $\bar{\sigma}_{\bar{l}}=16.8\ mm$. (Die Genauigkeiten von gekürzten und ungekürzten Größen stimmen stets überein). Alle Redundanzanteile betragen $r=0.5=50\%$, was beweist, dass alle Beobachtungen gut kontrollierbar sind. Eine normierte Verbesserung $NV=4.6$ führt zur Ablehnung der Nullhypothese des **w-Tests**. Die Beobachtung E_D könnte hiernach grob falsch sein und die Ausgleichung könnte ohne diese Beobachtung wiederholt werden. Alle Studentisierten

Verbesserungen SV liegen unterhalb ihres kritischen Wertes. Es ist auch möglich, dass die a priori Genauigkeitsannahme wohl doch etwas zu optimistisch war.

Mit den Verbesserungen $v=A\bar{x}-l$ berechnen wir die ausgeglichenen Beobachtungen $\bar{L}=L+v$ und damit die **endgültigen Koordinaten der Eckpunkte**:

```
          E [m]                   N [m]
A       17.11-0.0225=17.0875    14.02-0.0125=14.0075
B       39.37+0.0025=39.3725     8.26+0.0025= 8.2625
C       45.13-0.0125=45.1175    30.53+0.0175=30.5475
D       22.80+0.0375=22.8325    36.30-0.0075=36.2925
```

Wir überzeugen uns mit der Berechnung von ABCD mit endgültigen Koordinaten in Ebene Polygone , dass ABCD exakt ein Quadrat ist. Dies ist zugleich die Schlussprobe.

Schlussprobe laden und "Rechnen" klicken

Die ausgeglichene Seitenlänge und den ausgeglichenen Flächeninhalt des Quadrats gewinnen wir aus endgültigen Koordinaten direkt aus der Schlussprobe von oben zu $\bar{a}=23.01361$ und $\bar{F}=529.626.$ Dasselbe Ergebnisse erhalten wir auch mit den Abmessungen des Näherungsquadrats, welches sich aus den Näherungsparametern ergibt,

$$F^0=(17.11-39.37)^2+(14.02-8.26)^2=528.685, \quad a^0=\sqrt{528.685}=22.9932$$

plus gekürzter Funktionswerte $f=F\bar{x}$, für die man der Ausgleichung die Werte 0.0204 und 0.940 entnimmt.

Die Genauigkeiten von $\bar{a}$ stimmen mit denen der ausgeglichenen Koordinaten überein, weil die Kofaktoren gleich sind. Die a posteriori Standardabweichung von $\bar{F}$ beträgt $\bar{\sigma}_{\bar{F}}=0.77\ m^2$.

Aufgabe: Eliminieren Sie die Beobachtung E_D durch Streichen der 7. Zeile der A -Matrix und Streichen der 7. gekürzten Beobachtung und der 7. Beobachtungsstandardabweichung. Wiederholen Sie nun die Ausgleichung. Es stellt sich heraus, dass jetzt alle Nullhypothesen angenommen werden. Alle a posteriori Standardabweichungen sind deutlich kleiner, für den ausgeglichenen Flächeninhalt z.B. 0.23 m². Dieses Vorgehen ist jedoch fraglich, weil es möglicherweise konsequenter wäre, den Punkt D insgesamt zu streichen. (Warum sollte nur eine Koordinate von D grob falsch sein?). Den statistischen Test, der diese Alternativhypothese entscheiden könnte, müsste man allerdings manuell erledigen.

☰ Trick: Laden von Ausgleichungsmodellen aus anderen Werkzeugen

Höhennetze und Satzmessungen können mit Vermittelnde Ausgleichung neu ausgeglichen werden. Das bietet folgende Vorteile:

- Gewichte können verändert werden. Z.B. können Zielpunkte, die sich schlecht anzielen lassen, mit niedrigerem Gewicht in die Ausgleichung eingehen.
- Ausreißer können mittels w- oder τ-Test automatisch erkannt werden.
- Die Genauigkeit kann gegen einen theoretischen Wert getestet werden. Z.B. kann statistisch überprüft werden, ob die vom Hersteller des Instruments angegebene

Genauigkeit erreicht wurde.
- Redundanzanteile, die vollen Kofaktormatrizen und andere interessierende Werte werden ausgegeben.
- Für viele Werte werden auf Wunsch mehr Ziffern ausgegeben.

Demnächst werden noch mehr Werkzeuge diese Option bieten.

☰ Auch interessant

x

Höhennetze
Doppelmessungen
Dreiecksausgleichung
Ausgleichende Flächen
Wiederholungsmessungen
Ausgleichungslehrbücher
Vermittelnde Ausgleichung
Fehlerellipsen und -ellipsoide
Kritische Werte für Hypothesentests

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:54 (Zeitzone Amsterdam)

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Höhennetze

Seiteninhalt

X

Alle Arten von Höhennetzen werden ausgeglichen, sowohl Nivellementnetze (Höhendifferenzen, Linienlängen), als auch trigonometrische Höhennetze (Zenitwinkel, Distanzen), sowohl freie als auch angeschlossene Netze, sogar einzelne Nivellementlinien.

X

☰ Bekannte Punkte

Für ein **angeschlossenes Höhennetz** geben Sie die Liste der Punkte mit bekannten Höhen an. Die Eingabe der zwei bis vier **Spalten** folgt den allgemeinen Regeln für tabellarische Eingaben. Die Punktnamen dürfen wie in den Koordinatenlisten gewählt werden.

Sollen Höhen als veränderlich angenommen und ausgeglichen werden, geben Sie als Genauigkeitsmaß entweder je eine Standardabweichung oder ein Gewicht an. Wurde ein Ausfallwert für das Genauigkeitsmaß angegeben, füllt er alle fehlenden Werte in der Spalte auf. Andernfalls gelten Höhen ohne Genauigkeitsmaß in der Ausgleichung als fehlerfrei. Das ist gleichbedeutend mit der Standardabweichung Null. Veränderliche Punkte und Festpunkte können gleichzeitig in der Liste vorkommen.

Punkte, die im Netz nicht vorkommen, werden ignoriert. Punkte ohne Höhe oder in der Liste fehlende Netzpunkte werden als Neupunkte betrachtet. Ein **freies Höhennetz** besteht ausschließlich aus Neupunkten, z.B. wenn die Liste der bekannten Punkte leer ist.

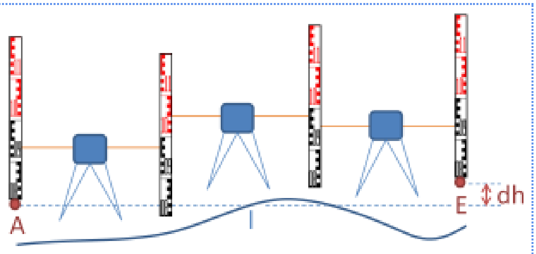
Wenn Sie Koordinaten X und Y angeben, wird das Höhennetz auf der Leinwand dargestellt. Punkte ohne X und Y werden nicht dargestellt. Diese Koordinaten werden nicht in der Netzausgleichung verwendet.

☰ Messwerte

Messwerte werden in Form von Messwertlisten eingegeben. Beachten Sie auch die Regeln für tabellarische Eingaben. Jeder Messwertsatz beginnt mit zwei Punktnamen, das sind Anfangs- und Endpunktnamen einer Netzlinie. Danach kommen bis zu fünf Messwerte bzw. Genauigkeitsmaße in benutzerdefinierter Reihenfolge.

Größen in der Messwertzeile

speziell für Nivellementnetze

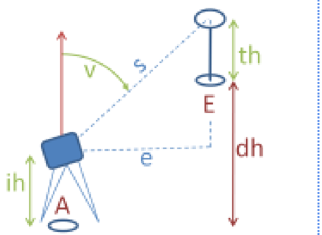


Nivellierte Netzlinie AE

Höhendifferenz dh (erforderlich)
: ist die Differenz zwischen End- und Anfangspunkthöhe. Die Einheit muss mit der Einheit der Höhen übereinstimmen. Wenn es vom Anfangs- zum Endpunkt der Netzlinie bergauf geht, werden Höhendifferenzen positiv angegeben, sonst negativ.

Linienlänge l (optional)
: gibt näherungsweise die Länge einer Netzlinie an und kann zur Festlegung von Gewichten verwendet werden. Die Werte dürfen nicht negativ sein. Die Einheit muss nicht mit der Einheit der Höhendifferenzen und Höhen übereinstimmen, kann also z.B. Kilometer sein, während die Höhen in Meter sind.

speziell für trigonometrische Höhennetze



Trigonometrische Netzlinie AE

Zenitwinkel v (erforderlich)
: ist der Winkel zwischen dem Zenit und dem Zielpunkt, gemessen im Standpunkt. Höhenwinkel werden im Moment noch nicht unterstützt. Die Einheit ist die gewählte Winkeleinheit.

Horizontaldistanz e oder Schrägdistanz s (erforderlich)
: ist der genaue Abstand zwischen dem Zielpunkt und dem Standpunkt. Die Werte müssen positiv sein. Die Einheit muss mit der Einheit der Höhen übereinstimmen.

Instrumentenhöhe ih und Zielhöhe th (erforderlich, fehlende ggf. durch Ausfallwert aufgefüllt)
: geben die Höhe der Instrumentenkippachse über der Standpunktvermarkung A und die Höhe des Reflexionspunktes bzw. anvisierten Punktes über der Zielpunktvermarkung E an (normalerweise Null, wenn der Punkt unvermarkt ist). Ein Ausfallwert füllt alle fehlenden Werte in dieser Spalte auf oder alle Werte, wenn die Spalte fehlt. Die Einheit muss mit der Einheit der Höhen übereinstimmen.

für beide Netzarten

Standardabweichung (a priori) σ_{dh} oder Gewicht p_{dh} der Höhendifferenz (erforderlich, fehlende ggf. durch Ausfallwert aufgefüllt)
: werden in der Ausgleichung für das stochastische Modell genutzt. Nur einer von beiden Werten darf vorkommen. Die Werte dürfen nicht negativ sein. Ein Ausfallwert füllt alle fehlenden Werte in dieser Spalte auf oder alle Werte, wenn die Spalte fehlt. Andernfalls wird ein fehlendes Genauigkeitsmaß als Standardabweichung Null angenommen, was bedeutet, dass die Höhendifferenz in die Ausgleichung als Zwangsbedingung wirkt. Die Einheit muss mit der Einheit der Höhen übereinstimmen.

: ⚠ Diese Werte beziehen sich auch für trigonometrische Höhennetze auf die auszugleichenden Höhendifferenzen dh , schließen also ggf. Messabweichungen in Instrumenten- und Zielhöhen ein.

Code (optional)
: wird ignoriert.

Mehrmals gemessene Netzlinien

Einige oder alle Netzlinie können **zweimal** gemessen worden sein, nämlich

1. durch geometrisches Nivellement im Hinweg AE und Rückweg EA
2. durch trigonometrische Messung auf A in zwei Fernrohrlagen
3. durch trigonometrische Messung in Sicht AE und Gegensicht EA

In diesem Fall sehen Sie auf einer Messwertzeile einfach **zwei Spalten** für die Höhendifferenz dh oder den Zenitwinkel v vor. Die anderen Größen der Messwertzeile dürfen aber nicht doppelt vorkommen und gelten für beiden Messungen gleichzeitig. Für den dritten Fall gilt: Die Werte von Instrumentenhöhe ih und Zielhöhe th werden nur für AE angegeben und müssen in der Gegensicht EA genau vertauscht sein. Falls das nicht zutrifft, bilden Sie Mittelwerte oder verwenden Sie die nachfolgend beschriebene Methode.

Es ist möglich, aber nicht nötig, beim Rückweg EA das Vorzeichen der Höhendifferenz umzukehren. Für die Höhendifferenz im Hinweg AE wird das Vorzeichen des ersten Wertes angenommen. Also können auch zwei Hinwege gemessen worden sein. Welcher Fall vorliegt, wird an den Vorzeichen des ersten Wertepaares erkannt. Entsprechend wird bei doppelten Zenitwinkeln verfahren. (Theoretisch könnte es passieren, dass die Höhendifferenzen beim ersten Paar so klein sind, dass die Erkennung fehlschlägt. Im Extremfall könnten diese Null sein. Dann sollte eine andere Zeile der Messwertliste an den Anfang verschoben werden.)

Die doppelt gemessenen Netzlinien können in der Messwertliste aber auch zweimal aufgeführt werden. Dieses Vorgehen gestattet höhere Flexibilität. Genauso können mehr als zweimal gemessene Netzlinien eingegeben werden: jede Messung in eine Zeile der Messwertliste.

Beispiele: Die folgenden Eingaben liefern alle dasselbe Ergebnis.

geometrisches Netz	**trigonometrisches Netz** (Winkeleinheit: Gon)
`// von nach dh1 dh2 l pdh` `A E 16.10 16.11 2306 1`	`// von nach v1 v2 e ih th pdh` `A E 92.1402 92.1418 88.2306 1.54 1.66 1`
`// von nach dh1 dh2 l pdh` `A E 16.10 -16.11 2306 1`	`// von nach v1 v2 e ih th pdh` `A E 92.1402 107.8582 88.2306 1.54 1.66 1`

`// von nach dh l pdh`
`A E 16.10 2306 1`
`E A -16.11 2306 1`
	`// von nach v e ih th pdh`
	`A E 92.1402 88.2306 1.54 1.66 1`
	`E A 107.8582 88.2306 1.66 1.54 1`

Mehrmals gemessene Netzlinien gehen in die Ausgleichung als **getrennte Beobachtungen** ein, was im Allgemeinen empfohlen wird. Wollen Sie diese als Mittelwerte eingehen lassen, bilden Sie diese Mittelwerte bitte selbst. In den linken Beispielen könnte die Zeile dann lauten:

geometrisches Netz	**trigonometrisches Netz**
`// von nach dh l pdh` `A E 16.10/2+16.11/2 2306 1`	`// von nach v e ih th pdh` `A E 92.1402/2+92.1418/2 88.2306 1.54 1.66 2`

(Beachten Sie, dass in arithmetischen Ausdrücken z.Z. noch keine Klammern erlaubt sind.)

Achten Sie darauf, dass mehrmals gemessene Netzlinien nicht als Zwangsbedingung angegeben werden, sonst entsteht ein Widerspruch zwischen den wahrscheinlich ungleichen Werten.

Stochastisches Modell der Ausgleichung

Beobachtungen der Ausgleichung sind hier die gegebenen Höhendifferenzen dh oder die aus Zenitwinkeln v und Distanzen e oder s berechneten Höhendifferenzen sowie die Höhen bekannter, veränderlicher Punkte. Für alle diese benötigt man Genauigkeitsmaße.

⚠ Diese Genauigkeitsmaße beziehen sich auch für trigonometrische Höhennetze auf die auszugleichenden Höhendifferenzen dh, schließen also ggf. Messabweichungen in Instrumenten- und Zielhöhen ein.

Korrelierte Beobachtungen werden im Moment noch nicht unterstützt.

Es gibt mehrere Möglichkeiten, wie Sie über die Wahl des Spaltenformats das **stochastische Modell festlegen** können:

Gewichte der Höhendifferenzen „wie oben gegeben oder aus gegebenen Standardabw. oder alle Eins"

keine Spalte für Standardabweichung oder Gewicht gewählt
: Der Ausfallwert für Standardabweichung oder Gewicht wird jeweils als Standardabweichung σ für alle Beobachtungen angesehen. Fehlt der Ausfallwert, werden alle Höhen bekannter Punkte fest gehalten und allen Höhendifferenzen wird das Gewicht Eins zugeordnet. IN DUBIO PRO GEO berechnet die Gewichte für die Ausgleichung aus $1/\sigma^2$.

Spalte für Standardabweichung gewählt
: Für alle Beobachtungen geben Sie bitte je einen Wert für die a priori Standardabweichung σ_{dh} und/oder σ_H an. Ist ein Ausfallwert angegeben, füllt er alle fehlenden Werte in dieser Spalte auf. Andernfalls werden Punkte und Höhendifferenzen ohne Standardabweichung als unveränderlich angenommen, so als hätten diese die Standardabweichung Null. Standardabweichungen haben dieselbe Einheit wie die Höhen und Höhendifferenzen und dürfen nicht negativ sein. IN DUBIO PRO GEO berechnet die Gewichte für die Ausgleichung aus $1/\sigma^2$.

Spalte für Gewicht gewählt
: Für alle Beobachtungen geben Sie bitte je ein Gewicht p_{dh} und/oder p_H an. Ist ein Ausfallwert angegeben, füllt er alle fehlenden Werte in dieser Spalte auf. Andernfalls werden Punkte und Höhendifferenzen ohne Gewicht als unveränderlich angenommen, so als hätten diese unendliches Gewicht. Gewichte dürfen nicht negativ sein.

Kombination aus Spalten für Standardabweichung und Gewicht gewählt
: Beispiel: Für Höhendifferenzen wurden Gewichte angegeben, für Höhen allerdings Standardabweichungen.
: Hier ist eine Varianzkomponentenschätzung erforderlich. Leider ist dieser Fall noch nicht implementiert. Deshalb wird diese Wahl im Moment noch nicht empfohlen.

Gewichte der Höhendifferenzen aus Linienlängen oder Distanzen ableiten

Zur Festlegung von Gewichten für Höhendifferenzen können indirekt

- die Linienlängen l (geometrisches Nivellementnetz), oder
- die Distanzen e oder s (trigonometrisches Höhennetz).

benutzt werden. Geben Sie dann bitte für jede Netzlinie einen solchen Wert an. Dazu wählen Sie das entsprechende Spaltenformat. Sie können festlegen, wie die Gewichte von den Distanzen oder Linienlängen abgeleitet werden sollen. Jede Höhendifferenz ohne Linienlänge wird als unveränderlich angenommen, so als hätten diese die Standardabweichung Null bzw. unendliches Gewicht. Linienlängen müssen nicht in derselben Einheit wie die Höhendifferenzen angegeben sein. Distanzen müssen die Einheit der Höhen und Höhendifferenzen besitzen. Alle Werte müssen positiv sein.

Sollten Sie eine solche Option gewählt haben und zusätzlich noch explizit Standardabweichungen oder Gewichte gegeben haben, erhalten Sie eine Fehlermeldung.

Gewichte der Höhen

Für Höhen bekannter, veränderlicher Punkte legen Sie ebenfalls eine Standardabweichung in derselben Einheit wie die Höhen oder ein Gewicht wie oben beschrieben fest. Höhen ohne Genauigkeitsmaß oder mit Standardabweichung Null gelten in der Ausgleichung als fehlerfrei und unveränderlich.

⚠ Die Gewichte der Höhen und Höhendifferenzen müssen zueinander passen. Eine Varianzkomponentenschätzung ist im Moment noch nicht implementiert.

Höhendifferenzen als Zwangsbedingungen

Wird den Höhendifferenzen die Standardabweichung Null, also unendliches Gewicht zugeordnet, wirken diese als Zwangsbedingungen. Es kann passieren, dass sich solche Zwangsbedingungen widersprechen. Das ist z.B. der Fall, wenn solche Höhendifferenzen

- mehrmals gemessen wurden und die Zahlenwerte nicht gleich sind, oder
- zwischen bekannten, unveränderlichen Festpunkten gemessen wurden, oder
- eine geschlossene Schleife mit Schleifenwiderspruch bilden.

Diese Fälle verursachen einen Fehler. Führen Sie Höhendifferenzen als Zwangsbedingungen mit Bedacht ein.

Die Berechnung erfolgt so, dass entweder der Anfangs- oder der Endpunkt jeder solchen Linien aus der Liste der auszugleichenden Punkte eliminiert und nach der Ausgleichung über die Zwangsbedingung wieder hinzugefügt wird.

Ergebnisse der Ausgleichung

Die Ausgleichung erfolgt nach der Methode der kleinsten Quadrate. Freie Höhennetze werden mit der Datumsbedingung ausgeglichen, dass die Summe aller ausgeglichenen Höhen gleich Null ist.

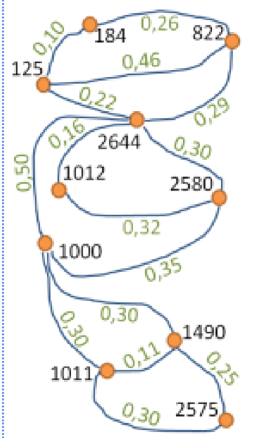
Die dokumentierten Ergebnisse umfassen die Verbesserungen, die ausgeglichenen Werte, deren a posteriori Standardabweichungen und die Redundanzanteile.

Wurden a priori Standardabweichungen für die Höhen und Höhendifferenzen angegeben (z.B. Null), dann errechnet man die a priori Standardabweichungen der ausgeglichenen Größen, indem man die entsprechenden a posteriori Werte durch $\overline{\sigma}_o$ dividiert. Sie finden einen solchen Fall im ⇓Beispiel: Trigonometrischer Höhenzug.

Beispiel: Campus-Subnetz der HTW Dresden als freies Nivellementnetz

Im dritten Semester werden im Studiengang Vermessung/ Geoinformatik der HTW HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES Teile des Campus-Höhennetzes durch geometrisches Nivellement gemessen. Dabei ergaben sich in einem Jahr die unten angegebenen Höhendifferenzen dh in Meter und Linienlängen l in Kilometer. Jede Netzlinie wurde mehrfach gemessen, hier zwischen zwei und sechs mal. Diese Beobachtungen gleichen wir als freies Höhennetz aus.

Im Ergebnis erhalten wir für eine einfach gemessene Linie der Länge 1 km (Gewichtseinheit) eine a posteriori Standardabweichungen von 0.47 mm . Alle Redundanzanteile liegen über 0.7 , so dass das Netz gut kontrollierbar ist.
Alle Verbesserungen betragen weniger als 0.5 mm . Für die Punkthöhen ergeben sich a posteriori Standardabweichungen bis maximal 0.15 mm.



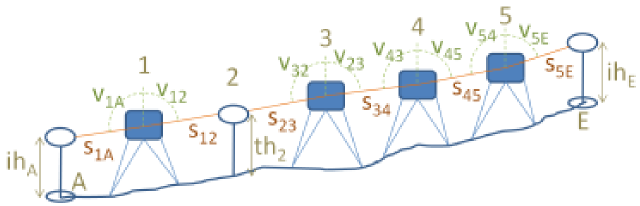
HTW-Campus-Subnetz - Topologie

von	nach	Δh [m]	l [km]	von	nach	Δh [m]	l [km]	von	nach	Δh [m]	l [km]
2580	2644	-0.05638	0.37	1011	2575	9.70155	0.29	822	2644	-2.91135	0.28
2580	2644	-0.05592	0.28	1000	1011	8.80803	0.29	822	2644	-2.91116	0.30
2580	2644	-0.05659	0.37	1000	1011	8.80839	0.30	184	822	3.11445	0.25
2580	2644	-0.05609	0.27	1000	1011	8.80838	0.33	184	822	3.11462	0.27
1490	2575	9.79288	0.25	1000	1011	8.80852	0.29	184	822	3.11540	0.25
1490	2575	9.79311	0.26	1000	1490	8.71692	0.28	184	822	3.11474	0.26
1012	2580	0.60757	0.32	1000	1490	8.71712	0.29	125	184	0.61625	0.11
1012	2580	0.60767	0.31	1000	1490	8.71700	0.28	125	184	0.61652	0.10
1012	2580	0.60785	0.32	1000	1490	8.71724	0.33	125	184	0.61656	0.10
1012	2580	0.60800	0.31	1000	2580	-0.60227	0.32	125	184	0.61632	0.11
1012	2644	0.55162	0.16	1000	2580	-0.60220	0.38	125	184	0.61656	0.10
1012	2644	0.55167	0.16	1000	2580	-0.60257	0.29	125	184	0.61669	0.10
1012	2644	0.55163	0.16	1000	2580	-0.60284	0.36	125	822	3.73164	0.46
1012	2644	0.55177	0.16	1000	2644	-0.65811	0.47	125	822	3.73182	0.46
1011	1490	-0.09163	0.10	1000	2644	-0.65810	0.51	125	2644	0.82011	0.21
1011	1490	-0.09118	0.12	1000	2644	-0.65860	0.49	125	2644	0.82042	0.22
1011	1490	-0.09169	0.10	822	2644	-2.91118	0.28	125	2644	0.82039	0.28
1011	1490	-0.09140	0.12	822	2644	-2.91111	0.30	125	2644	0.82062	0.22
1011	2575	9.70153	0.31								

Beispiel laden und „Rechnen"

☰ Beispiel: Trigonometrischer Höhenzug

Betrachten wir den abgebildeten Höhenzug mit einem Sprungstand in Punkt 2, d.h. dort befand sich kein Instrumentenstandpunkt und auf Punkt 1 demnach kein Reflektorzielpunkt. Auf den Punkten 3,4,5 befand sich nacheinander der Stand- und der Zielpunkt. Höhen sind für den Anschlusspunkt A mit $H=116.10$ und für den Abschlusspunkt E mit $H=123.06$ gegeben. Der Reflektor auf A, 2 und E hat jeweils die Zielhöhe $th=1.40$. Die Punkte 1,3,4,5 sind unvermarkt, so dass wir die Höhen jeweils auf die Kippachse des Instruments beziehen: $ih=0.00$. Allerdings ist der Reflektorpunkt jeweils 0.005 höher als die Kippachse, so dass auf den Punkten 3,4,5 noch eine Zielhöhe von $th=0.005$ vorzusehen ist. Die erhaltenen Messwerte finden Sie rechts.



Trigonometrischer Höhenzug mit einem Sprungstand in Punkt 2

An die Höhendifferenzen werden Verbesserungen mit Beträgen bis maximal 0.0017 angebracht. Die erhaltenen Neupunkthöhen 1,2,3,4,5 erhalten a posteriori Standardabweichungen von höchstens 0.0012.

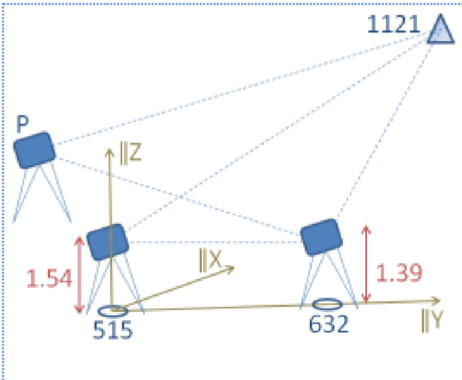
von	nach	Höhen-differenz	Schräg-distanz	Ziel-höhe
1	A	105.545	55.454	1.400
1	2	95.112	71.689	1.400
3	2	103.230	49.528	1.400
3	4	92.751	65.666	0.005
4	3	107.239	65.666	0.005
4	5	96.345	78.300	0.005
5	4	103.645	78.300	0.005
5	E	99.300	45.650	1.400

Beispiel laden und „Rechnen"

Dasselbe Beispiel wird auch für den Universalrechner benutzt und kann damit bearbeitet werden. Die Ergebnisse sind allerdings nicht völlig identisch, weil Universalrechner eine robuste Ausgleichung durchführt.
Die Abweichungen in den endgültigen Höhen betragen bis zu 0.0004.

Punkt-	Höhennetze		Universalrechner	
name	ausgegl. Höhe	Stdabw.	Höhe (Median)	Spannweite
1	122.3238	9.1e-4	122.3238	0.0046
2	126.4233	0.0012	126.4230	0.0046
3	130.3350	0.0012	130.3347	0.0046
4	137.7910	0.0011	137.7906	0.0033
5	142.2778	7.7e-4	142.2779	0.0046

☰ Beispiel: Unzugänglicher Punkt mit horizontalen Hilfsdreiecken



Dieses Beispiel wurde zuvor mit dem Universalrechner bearbeitet. Wir gleichen die Messwerte jetzt als trigonometrisches Höhennetz aus. Dazu benutzen wir die im Universalrechner erhaltenen Schrägdistanzen. Die bekannten Punkthöhen von 515 und 632 werden fest gehalten. Die Lagekoordinaten werden nur für die Darstellung des Netzes auf der Leinwand benutzen.

Bei der Berechnung erhält man die Warnung, dass Beobachtungen zwischen unveränderlichen Festpunkten gefunden und ignoriert wurden. Das sind die beiden Beobachtungen zwischen den

Punkten 515 und 632. Alle Beobachtungen sind gut kontrollierbar (Redundanzanteile ≥ 0.45). Die ausgeglichene Höhe des unzugänglichen Punktes 1121 erhalten wir mit 201.1118 und einer Standardabweichung von 0.0014.

Unzugänglicher Punkt mit horizontalen Hilfsdreiecken

Beispiel laden und „Rechnen"

Dasselbe Beispiel wird auch für Universalrechner benutzt und kann damit bearbeitet werden. Die Ergebnisse sind allerdings nicht völlig identisch, weil Universalrechner eine robuste Ausgleichung durchführt.
Die Abweichungen in den endgültigen Höhen betragen bis zu 0.0004.

☰ Trick: Laden von Ausgleichungsmodellen in „Vermittelnde Ausgleichung"

Höhennetze und Satzmessungen können mit Vermittelnde Ausgleichung neu ausgeglichen werden. Das bietet folgende Vorteile:

- Gewichte können verändert werden. Z.B. können Zielpunkte, die sich schlecht anzielen lassen, mit niedrigerem Gewicht in die Ausgleichung eingehen.
- Ausreißer können mittels w- oder τ-Test automatisch erkannt werden.
- Die Genauigkeit kann gegen einen theoretischen Wert getestet werden. Z.B. kann statistisch überprüft werden, ob die vom Hersteller des Instruments angegebene Genauigkeit erreicht wurde.
- Redundanzanteile, die vollen Kofaktormatrizen und andere interessierende Werte werden ausgegeben.
- Für viele Werte werden auf Wunsch mehr Ziffern ausgegeben.

Demnächst werden noch mehr Werkzeuge diese Option bieten.

Die Namen der Beobachtungen sind **A°E** und die Namen der Parameter sind die Namen der ausgeglichenen Punkte. Wenn ⇑Höhendifferenzen als Zwangsbedingungen verwendet wurden, erscheinen diese nicht als Beobachtungen, sondern als Bedingungsgleichungen für Parameter.

☰ Auch interessant

X

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:54 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Ausgleichende Flächen

Seiteninhalt

X

Durch gegebene Stützpunkte im 3D-Raum wird eine ausgleichende (d.h. bestanpassende) Fläche (Ebene, Kugel, Ellipsoid oder allgemeine Quadrik) berechnet. Auch eine Ebene durch 3 Punkte, eine Kugel durch 4 Punkte usw. kann berechnet werden. Weitere Punkte können auf die Flächen projiziert werden.

X

Stützpunkte

Zunächst sind Stützpunkte anzugeben, durch die die Fläche verlaufen soll, eventuell nur näherungsweise. Alle diese Punkte müssen 3D-Punkte sein, also drei Koordinaten haben. Diese Koordinaten werden über Koordinatenlisten eingegeben. In der rechten Tabelle ist für jede Flächenart die Mindestanzahl von Punkten angegeben. Werden sehr viele Punkte gegeben, muss die Rechenzeitgrenze heraufgesetzt werden. Bei extrem vielen Stützpunkten könnte die maximal erlaubte Rechenzeit nicht ausreichen, um alle Flächen zu berechnen.

Mindestanzahl von Stützpunkten	
Ebene	3
Kugel	4
Ellipsoid/ ellipt. Hyperboloid	6
allg. Quadrik	9

Flächen, Flächenparameter und Flächengleichungen

Alle auszugleichenden Flächen werden berechnet, die sich aus den gegebenen Stützpunkten berechnen lassen. Als Ergebnis erhalten Sie für jede Fläche zunächst die Flächengleichung, in der Sie die Parameter der Fläche ablesen können.

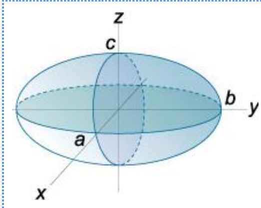
Ebene: $(v_X, v_Y, v_Z)^T$ ist ein Einheitsvektor senkrecht auf der Ebene (der sogenannte Normaleneinheitsvektor), der vom Koordinatenursprung weg zeigt. w ist der Abstand des Koordinatenursprungs von der Ebene.

$$v_X \cdot X + v_Y \cdot Y + v_Z \cdot Z = w$$

Kugel: X_o, Y_o, Z_o sind die Koordinaten des Mittelpunkts der Kugel, R ist der Radius der Kugel.

$$(X_o - X)^2 + (Y_o - Y)^2 + (Z_o - Z)^2 = R^2$$

Dreiachsiges Ellipsoid / elliptisches Hyperboloid: X_O, Y_O, Z_O sind die Koordinaten des Mittelpunkts der Figur, $a,b,c > 0$ sind die Formparameter der Fläche. Beim Ellipsoid sind das die Halbachsen. Auch beim elliptischen Hyperboloid werden diese manchmal Halbachsen genannt. Die Symmetrieachsen und -ebenen der Fläche verlaufen durch den Mittelpunkt und liegen parallel zu den Koordinatenachsen und -ebenen.

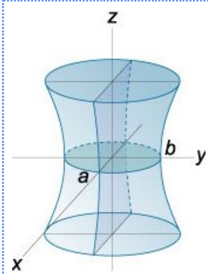


Dreiachsiges Ellipsoid

$$\pm\frac{(X_O - X)^2}{a^2} \pm \frac{(Y_O - Y)^2}{b^2} \pm \frac{(Z_O - Z)^2}{c^2} = 1$$

Die Art der Fläche hängt von den Vorzeichen der Brüche in dieser Gleichung ab:

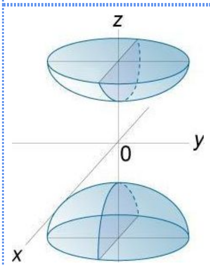
- 3× plus ⇒ Ellipsoid,
- 2× plus, 1× minus ⇒ einflächiges elliptisches Hyperboloid,
- 1× plus, 2× minus ⇒ zweiflächiges elliptisches Hyperboloid,
- 3× minus ist nicht möglich.



Einflächiges ellipti-sches Hyperboloid

Allgemeine Quadrik: Dieser Flächentyp ist nichts anderes als ein dreiachsiges Ellipsoid oder elliptisches Hyperboloid in schräger (nicht achsenparalleler) Lage:

$$\begin{pmatrix} X_O - X \\ Y_O - Y \\ Z_O - Z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_{XX} & u_{XX} & u_{XX} \\ u_{XY} & u_{YY} & u_{YZ} \\ u_{XZ} & u_{YZ} & u_{ZZ} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_O - X \\ Y_O - Y \\ Z_O - Z \end{pmatrix} = 1$$



Zweiflächiges ellipti-sches Hyperboloid

X_O, Y_O, Z_O sind die Koordinaten des Mittelpunkts der Figur. a^2,b^2,c^2 sind die Beträge der Eigenwerte der Matrix U. Die Art der Fläche hängt von den Vorzeichen der Eigenwerte dieser Matrix ab. Die Regel ist dieselbe wie oben. Beim Ellipsoid sind a,b,c die Halbachsen.

Bekanntes Problem: Es ist zur Zeit nicht erlaubt, dass eine gekrümmte ausgleichende Fläche durch den Schwerpunkt der Stützpunkte verläuft. Sind Stützpunkte so angeordnet, würde dies zur Fehlermeldung "Singuläre Matrix" führen. Bitte diesen Fall zunächst vermeiden.

☰ Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate

Sind mehr Stützpunkte vorhanden, als zur eindeutigen Bestimmung der Fläche erforderlich sind (Redundanz, ⇑ Tabelle), erfolgt die Ausgleichung durch die Methode der gewichteten kleinsten Quadrate. In diesem Fall werden Genauigkeitsmaße für die Koordinaten identischer Punkte benötigt, entweder als Standardabweichung σ oder als Gewicht p . Im ersten Fall wird ein Gewicht berechnet entsprechend $p=1/\sigma^2$.

Jedes Genauigkeitsmaß gilt jeweils für alle Punkte. Eine individuelle Gewichtung von Punkten wird nicht direkt unterstützt ⇓Trick: Punkte mit individuellen Gewichten . Genauigkeitsmaße dürfen nicht negativ sein und Gewichte außerdem auch nicht gleich Null. Fehlt ein Genauigkeitsmaß oder ist die Standardabweichung gleich Null, gelten die zugehörigen Koordinaten als fehlerfrei und werden bei der Ausgleichung festgehalten.

☰ Überspringen von Flächenberechnungen

Normalerweise werden alle Flächen nacheinander berechnet, angefangen mit der Ebene, bis hin zur allgemeinen Quadrik. Dabei stellt jede Flächenlösung die Näherungslösung für die Berechnung der nächsten Fläche dar.

Einzelne Flächenberechnungen können auch übersprungen werden. Dann steht die Lösung nicht im nächsten Schritt als Näherungslösung zur Verfügung. Das könnte die weitere Berechnung erschweren oder sogar verhindern. Aus drei Gründen könnte es trotzdem sinnvoll sein:

- Mittels der normalen Näherungslösung wird ausnahmsweise keine Konvergenz erreicht. Es wird dann eine andere Näherungslösung versucht.
- Die Rechenzeit verkürzt sich vielleicht. Die Berechnung könnte dann sogar bei extrem vielen Stützpunkten erfolgreich sein.
- Einzelne Flächenlösungen sind wegen Singularitäten oder Fast-Singularitäten nicht berechenbar.

☰ Zu projizierende Punkte

Optional können Punkte angegeben werden, die auf jede berechnete Fläche projiziert werden sollen. Die Koordinaten dieser Punkte werden über Koordinatenlisten eingegeben. Systemtyp und Spaltenformat müssen mit den Einstellungen der Stützstellen übereinstimmen. Zwei verschiedene Modi werden unterstützt:

2D-Punkt (zwei gegebene Koordinaten):
: Es wird versucht, die dritte Koordinate so zu finden, dass der Punkt auf der Fläche liegt (Projektion entlang der dritten Achse). Sollte es keinen solchen Punkt geben, wird "keine Zahl" erhalten. Sollte es zwei geben, wird derjenige Punkt erhalten, der näher an den Stützpunkten liegt.

3D-Punkt (drei gegebene Koordinaten):
: Der auf der Fläche nächstgelegene Punkt wird berechnet (senkrechte Projektion auf die Fläche). Für jeden Punkt wird der Projektionsvektor zum Bild auf der Fläche angegeben, woraus auch der Abstand berechnet werden kann.

⚠Wenn die zu projizierenden Punkte weit von den Stützpunkten entfernt liegen, ist die Genauigkeit oft schlecht wegen der ungünstigen Fehlerfortpflanzung der Extrapolation.

Es ist möglich, dass Stützpunkte und zu projizierende Punkte dieselben Namen haben. Unvermeidlich wird dieser Fall eintreten, wenn das Spaltenformat "Koordinaten" gewählt wurde. Um Verwechslungen zu vermeiden, wird diese Option hier nicht empfohlen. Bitte beachten Sie: Im Fall des 3D-Punktes haben der zu projizierende Punkt und der auf der Fläche nächstgelegene Punkt dieselben Namen. Falls das unerwünscht ist, kann an die Namen projizierter Punkte ein Suffix angehängt werden, um diese von den zu projizierenden Punkten zu unterscheiden.

Auf der Leinwand werden alle Stützpunkte im Grundriss dargestellt, jedoch weder zu projizierende noch projizierte Punkte.

☰ Verwendung eines Gittersystems

ist z.Z. noch nicht möglich. Bitte kartesisches System verwenden.

☰ Beispiel: Geländemodellapproximation und -interpolation im Großen Garten Dresden

Im Dresdner Großen Garten wurden folgende Geländepunkte gemessen:

	Ostw. [m]	Nordw. [m]	Höhe [m]
1	413736	5653962	122
2	414006	5654264	123
3	414145	5654626	117
4	413496	5654915	121
5	413035	5655364	114
6	412418	5654935	116
7	413134	5654353	121
8	413163	5654817	115
9	413678	5654471	121

Geländemodellapproximation und -interpolation im Großen Garten Dresden

Obwohl diese Koordinaten sich auf die UTM Zone 33U beziehen, arbeiten wir mit einem kartesischen System, solange Gittersysteme in Ausgleichende Flächen noch nicht unterstützt werden. Wegen der geringen Genauigkeit der Lagekoordinaten spielt ein Gittermaßstabsfaktor sowieso keine Rolle.

Das mittlere Geländegefälle soll bestimmt werden, indem eine ausgleichende Ebene durch diese 9 Punkte berechnet wird. Auf dieser Ebene sollen Rasterpunkte mit einer Rasterweite 100 m × 100 m berechnet werden. (Tipp: XY Rasterpunkte erzeugen)

Beispiel laden und „Rechnen"

Die erhaltene Ebene kann durch die Gleichung

$$0.0057072740260338 \cdot X -0.00092455626269208 \cdot Y + 0.99998328596978 \cdot Z = 32009.200056141$$

beschrieben werden, aus der man sofort den Neigungswinkel abliest:

$$\arccos(0.999983286) = 0.331° = 19.9'$$

Außerdem erhält man den Richtungswinkel der Falllinie:

$$\arctan(-0.000925/0.005707) = 350.8° = 389.8 \text{ gon}$$

Das stärkste Gefälle finden wir etwa in nördlicher Richtung.

☰ Trick: Ebene durch drei Punkte, Kugel durch vier Punkte

Ausgleichende Flächen berechnet auch eine Ebene durch drei Punkte oder eine Kugel durch vier Punkte. Gewichte sind dann egal, können auch fehlen. Wenn Sie die Abstände weiterer Punkte von der Fläche und/oder ihre Projektionen auf die Fläche benötigen, geben Sie diese als zu projizierende Punkte an. Die Abstände berechnen Sie als Längen der Differenzvektoren.

☰ Trick: Punkte mit individuellen Gewichten

In Ausgleichende Flächen werden im Fall der Redundanz Gewichte für die Koordinaten der Stützpunkte oder der identischen Punkte benötigt. Individuelle Gewichte für jeden Punkt können im Moment noch nicht vergeben werden, sondern nur für jede Koordinatenachse. Jedoch gibt es eine Hilfslösung: Geben Sie einfach die Punkte mit höherem Gewicht in beiden Koordinatenlisten mehrfach mit unterschiedlichen Namen oder im Spaltenformat „Koordinaten“ ohne Namen und identischen Koordinaten ein. Z.B. wirkt ein doppelt eingegebener Punkt wie der einfach eingegebene mit doppeltem Gewicht.

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:54 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Bibliothek

Seiteninhalt

Dies ist eine Sammlung von Links auf wissenschaftliche Dokumente im World Wide Web zu wichtigen Themen der Geodäsie. Zur Zeit sind 2824 Dokumente mit insgesamt 90000 Druckseiten und 5 GByte enthalten. Letztes Update mit Überprüfung aller Links: 26.09.2018.

Einführung

Die Dokumente sind urheberrechtlich geschützt (§ 52a UrhRG).

Nur bei wenigen Dokumenten sind vollständige bibliographische Angaben verfügbar. Zum Teil sind diese in den Dokumenten selbst enthalten. Andernfalls könnte man diese Angaben auf der Homepage des Webservers finden, auf den der Link verweist, etwa unter dem Stichwort Publikationen. Man kann ebenso bekannte Suchmaschinen bemühen.

Offener oder beschränkter Zugriff

Die meisten Dokumente sind offen und frei verfügbar. Einige Dokumente erfordern eine Anmeldung am Server, auf dem das Originaldokument gespeichert ist. Manchmal ist eine solche Anmeldung kostenfrei.

Dokumente mit beschränktem Zugriff werden in die Bibliothek normalerweise nur aufgenommen, wenn Sie für IN DUBIO PRO GEO thematisch wichtig sind, also geodätische Berechnungen und Ausgleichungen zum Inhalt haben.

offener Zugriff
beschränkter Zugriff
nur für HTW-Nutzer
kein Online-Zugriff

Symbole und ihre Bedeutung

Geomatikstudierende der HTW HOCHSCHULE FÜR TECHNIK UND WIRTSCHAFT DRESDEN UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES die mit dem HTW-Netz verbunden sind, haben möglicherweise Zugriff auf eine lokale Kopie einiger Dokumente. Eine andere Möglichkeit, an Dokumenten mit beschränktem Zugriff zu gelangen, ist ⇒SCI-HUB, jedoch auf Ihre eigene Verantwortung.

Kategorien und Dokumenttypen

Jedes Dokument kann mehreren Kategorien zugeordnet sein. Bis zu zwei Kategorien können gleichzeitig ausgewählt werden. Diese werden UND-verknüpft, d.h. alle Treffer müssen beiden Kategorien zugeordnet sein.

Jedes Dokument ist genau einem Dokumenttyp zugeordnet. Es kann nach mehreren oder allen Typen gleichzeitig gesucht werden.

Suchtext

Gesucht wird leider nur in bibliographischen Angaben (Autoren, Titel, Referenz). D.h. es wird nicht im Dokument selbst gesucht. Beachten Sie also, dass keine Volltextsuche erfolgt! Groß- und Kleinschreibung wird nicht unterschieden.

Sie können nach einem oder mehreren **Teilstrings** suchen. So findet man mit dem Suchtext `oto` sowohl `Foto` und `Fotograph` , als auch `Photo` und `Photograph` . Mehrere Teilstrings können mit Leerzeichen oder Komma getrennt werden. So findet man mit dem Suchtext `Höhe,height` sowohl deutschsprachige, als auch englischsprachige Dokumente zum Thema `Höhe`.

Auch interessant

X

Suche
Trickkiste
Autorenliste

Erste Schritte
Liste der Anleitungen
IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

Ebene Geodätische Berechnungen
Fehler- und Kovarianzfortpflanzung
Räumliche Geodätische Berechnungen

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:54 (Zeitzone Amsterdam)

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Tutorium

Seiteninhalt

x

Die Tutorien erläutern die Funktion von IN DUBIO PRO GEO anhand von Praxisbeispielen. Die Lösungen zu den Aufgaben sind mittels vorausgefüllter Formulare nachvollziehbar. In den Auswahlfeldern stehen nicht alle Optionen zur Verfügung. Die Formulare lassen sich mit der Schaltfläche Rechnen absenden und so die Ergebnisse betrachten. Um das zu ersparen, sind die Ergebnisse im Tutorium auszugsweise dargestellt. Die wesentlichen Zwischen- und Endergebnisse sind durch goldfarbene Boxen hervorgehoben. Die Lösungen sind in weiteren goldfarbenen Boxen kommentiert.

x

Die Tutorien-Aufgaben beziehen entweder mehrere Rechenwerkzeuge ein oder sind komplexere Aufgaben. Kleinere Aufgaben, die nur ein Rechenwerkzeuge benutzen, finden Sie in den Anleitungen zu den einzelnen Rechenwerkzeuge:

☰ Liste der Tutorien

- Gleichseitiges Dreieck-Raster
- Flächenteilung
- Kreisbogenabsteckung
- Hansensche Aufgabe
- Räumlicher Geradenschnitt
- Rechteck durch fünf Punkte
- Quadrat durch vier Punkte
- Zylinder durch sieben Punkte
- Unvollständig angeschlossener Polygonzug
- Dreiecksausgleichung

☰ Liste der Beispiele in den Anleitungen

- Koordinatenlisten: GPS-Referenzpunkt der HTW Dresden
- Rasterpunkte erzeugen: 2D-Raster für den Großen Garten Dresden
- Rasterpunkte erzeugen: Loxodrome von Dresden (Sachsen) nach Dresden (Ontario)
- Ebene Polygone: Umringpolygon für den Großen Garten Dresden
- Normalschwereformeln: Schweremesspunkt im Geodätischen Labor der HTW Dresden
- Satellitenbahnen: Bahnberechnung mit einem GPS Almanach
- Transformation über Parameter: Quader um Mittelachse drehen
- Transformation über identische Punkte: Quader aus vier Eckpunkten
- Wiederholungsmessungen: Wiederholte Höhenbestimmung eines Punktes
- Wiederholungsmessungen: Probieren Sie dieses Rechenwerkzeug mit Pseudozufallszahlen aus
- Doppelmessungen: Doppelte Bestimmung von Punkthöhen durch schnellstatische GNSS-Messungen
- Vermittelnde Ausgleichung: Ausgleichendes Quadrat durch vier Eckpunkte
- Höhennetze: Campusnetz der HTW Dresden als freies Nivellementnetz
- Höhennetze: Trigonometrischer Höhenzug
- Höhennetze: Unzugänglicher Punkt mit horizontalen Hilfsdreiecken
- Ausgleichende Flächen: Geländemodellapproximation und -interpolation im Großen Garten Dresden
- Atmosphärische EDM-Korrektion: Leica TS30, Korrektur irrtümlicher Einstellungen
- Satzmessungen: Reine Horizontalrichtungsauswertung

- Satzmessungen: Zenitwinkelauswertung mit Schrägdistanzen
- Satzmessungen: Gemeinsame Auswertung aller Messungen
- Polygonzüge: Verzweigter Polygonzug mit räumlichem Vorwärtsschnitt
- Universalrechner: Polarwerte aus kartesischen Koordinaten berechnen
- Universalrechner: Unzugänglicher Punkt mit horizontalen Hilfsdreiecken
- Universalrechner: Ebenes Trilaterationsnetz
- Universalrechner: Trigonometrischer Höhenzug
- Universalrechner: Berechnung des Orthozentrums eines Dreiecks
- Fehlerfortpflanzung: Kreisbogenradius
- Fehlerfortpflanzung: Bogenschnitt

Auch interessant

X

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:55 (Zeitzone Amsterdam)

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Trickkiste

Seiteninhalt

x

IN DUBIO PRO GEO leistet mehr, als Sie wahrscheinlich erwarten. Die Trickkiste enthält eine Auswahl nützlicher Tricks, die die Arbeit erleichtern. Diese sind sortiert nach Nutzerniveau (Anfänger ⇒ Experte).

x

☰ Arithmetische Ausdrücke in Eingabefeldern und tabellarischen Datensätzen

Statt numerischer Werte wie

```
16.1063     16,1063     161063e-4     1610.63%
```

können Sie immer auch arithmetische Ausdrücke eingeben, wie z.B.

```
8.1+8.0063      (3,3009-1)*7,0      8.1+80063e-4    pi*16.1063/pi
161063/10000    log(exp(16.1063))   2,3009*7,0      sqrt(16,1063*16.1063)
3,3009*7,0-7    asin(sin(0.161063))*100             (16.1063^(-0.5))^(-2)
```

Alle 10 arithmetischen Ausdrücke ergeben denselben numerischen Wert. Das funktioniert auch in tabellarischen Datensätzen wie Messwert- oder Koordinatenlisten sowie Matrizen. In diesen Beispielen ist das gewählte Ausgabedezimaltrennzeichen nicht wirksam.

Die folgenden mathematischen Funktionen werden unterstützt: `abs acos acosh asin asinh atan2 atan atanh cos cosh exp log10 log sin sinh sqrt tan tanh`

⚠ Argumente von Winkelfunktionen werden hier immer in der Winkeleinheit Radiant (Bogenmaß) erwartet, egal welche Einheit sonst irgendwo benutzt wurde.

Bekanntes Problem: Arithmetische Ausdrücke in Eingabefeldern funktionieren nicht in der ⇓Winkeleinheit `GradMinSek`.

Siehe Eingabefelder und Beispiel: Arithmetische Ausdrücke in Matrizen.

Mehr Dezimalziffern und überlange Punktnamen in Koordinatenlisten

Sollten in den Koordinatenlisten der berechneten Punkte für Sie nicht genügend Dezimalziffern angezeigt werden, wird empfohlen, diese Listen in einen neuen Browser-Tab oder in eine neue Liste zu landen. Sie sehen dann mehr Dezimalziffern.

⚠ Beim Speichern einer Liste werden eventuell zuvor schon gespeicherte Listen überschrieben. Aber zum Ansehen der Liste in der Eingabemaske ist das nicht nötig.

Falls Sie überlange Punktnamen verwenden, werden diese in Tabellen abgeschnitten, meist auf 12, manchmal auch 9 führende Zeichen. Sie erhalten eine Warnung. Um die Punktnamen in voller Länge zu sehen, kann derselbe Trick angewendet werden.

Siehe Koordinatenlisten filtern, speichern und laden.

Kreis durch drei Punkte

Ebene Polygone und Räumliche Polygone berechnen auch einen Kreis durch drei Punkte, nämlich immer dann, wenn das geschlossene räumliche oder ebene Polygon aus genau drei Punkten besteht. Unter „Spezielle Punkte" finden Sie den Umkreismittelpunkt $\mathbf{M_3}$. Den Radius R erhalten Sie, wenn Sie das Polygon in Ebene Dreiecke laden und berechnen. Dasselbe geht übrigens mit dem Inkreismittelpunkt $\mathbf{M_4}$ und dem Inkreisradius r . Siehe Ebene Polygone.

Ebene durch drei Punkte, Kugel durch vier Punkte

Ausgleichende Flächen berechnet auch eine Ebene durch drei Punkte oder eine Kugel durch vier Punkte. Gewichte sind dann egal, können auch fehlen. Wenn Sie die Abstände weiterer Punkte von der Fläche und/oder ihre Projektionen auf die Fläche benötigen, geben Sie diese als zu projizierende Punkte an. Die Abstände berechnen Sie als Längen der Differenzvektoren.

Messwertlisten mit Distanzen etc. im Gittermaßstab

In Messwertlisten muss die Einheit für metrische Größen e, s, dh, l, ih, th immer die natürliche Längeneinheit sein.

Ist beim Gittersystem in einer Messwertliste dennoch ein Gittermaßstab überall angebracht, ändern Sie den Systemtyp vorübergehend auf kartesisch (XYZ oder YXZ) linkshändig und führen Sie die Berechnung durch. Nun wird alles im Gittermaßstab berechnet. Hinterher setzen Sie den Systemtyp zurück auf Gittersystem (Nordwert Ostwert Höhe oder Ostwert Nordwert Höhe).

Dasselbe funktioniert übrigens bei Translationsparametern sowie für Kantenlängen und Rasterweiten bei Rasterpunkte erzeugen.

Blinde Zielpunkte beim Universalrechner

Oft berechnet der Universalrechner nur polare Werte zwischen Punkten, zwischen denen gemessen wurde (Stand- und Zielpunkte in einer Aufstellung). Mehr Ergebnisse erhält man manchmal, wenn man bei einzelnen Standpunkten noch blinde Zielpunkte ohne Messwerte hinzufügt. Möchte man z.B. die Horizontaldistanz zwischen zwei bekannten oder berechneten Punkten erhalten, gibt man diese irgendwo als Stand- und Zielpunkte ohne Messwerte an. Von diesem Wert würde auch in weiteren Rechnungen Gebrauch gemacht, wenn er irgendwo nützlich ist. Finden Sie einen solchen Fall im Beispiel: Polarwerte aus kartesischen Koordinaten berechnen.

Fehlerfortpflanzung mit dem Universalrechner

Obwohl der Universalrechner keine direkte Funktion zur Fehlerfortpflanzung anbietet, ist es möglich, auch hier auf geschickte Weise eine Fehlerfortpflanzung zu berechnen: Nehmen wir an, wir haben n ungenaue Startgrößen (Koordinaten und/oder Messwerte). Man lässt die Rechnung $n+1$ -mal ausführen, einmal mit unveränderten Startwerten und n -mal mit je einem um seine Standardabweichung oder maximale absolute Abweichung veränderten Startwert, einem nach dem anderen. Dann zieht man die Differenzen Δ_i der interessierenden Ergebnisse in Bezug zur ersten Rechnung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zusammen:

für Standardabweichungen:	$\sigma^2 = \Delta_1^2 + \ldots + \Delta_n^2$
für maximale absolute Abweichungen:	$\Delta = \lvert\Delta_1\rvert + \ldots + \lvert\Delta_n\rvert$

Wenn man die Punkte mit veränderten Koordinaten anders benennt und an die Koordinatenliste anhängt und wenn man auch den $n+1$ Ergebnissen für die Neupunkte jeweils andere Punktnamen zuweist, kann man die $n+1$ Rechnungen im Universalrechner **in einem einzigen Rechengang** ausführen lassen.

Siehe Beispiel: Bogenschnitt.

Punkte mit individuellen Gewichten

In Ausgleichende Flächen werden im Fall der Redundanz Gewichte für die Koordinaten der Stützpunkte oder der identischen Punkte benötigt. Individuelle Gewichte für jeden Punkt können im Moment noch nicht vergeben werden, sondern nur für jede Koordinatenachse. Jedoch gibt es eine Hilfslösung: Geben Sie einfach die Punkte mit höherem Gewicht in beiden Koordinatenlisten mehrfach mit unterschiedlichen Namen oder im Spaltenformat „Koordinaten" ohne Namen und identischen Koordinaten ein. Z.B. wirkt ein doppelt eingegebener Punkt wie der einfach eingegebene mit doppeltem Gewicht.

Laden von Ausgleichungsmodellen in „Vermittelnde Ausgleichung"

Höhennetze und Satzmessungen können mit Vermittelnde Ausgleichung neu ausgeglichen werden. Das bietet folgende Vorteile:

- Gewichte können verändert werden. Z.B. können Zielpunkte, die sich schlecht anzielen lassen, mit niedrigerem Gewicht in die Ausgleichung eingehen.
- Ausreißer können mittels w- oder τ-Test automatisch erkannt werden.
- Die Genauigkeit kann gegen einen theoretischen Wert getestet werden. Z.B. kann statistisch überprüft werden, ob die vom Hersteller des Instruments angegebene Genauigkeit erreicht wurde.
- Redundanzanteile, die vollen Kofaktormatrizen und andere interessierende Werte werden ausgegeben.
- Für viele Werte werden auf Wunsch mehr Ziffern ausgegeben.

Demnächst werden noch mehr Werkzeuge diese Option bieten.

Satellitenbahn im himmelsfesten System

Satellitenbahnen berechnet diskrete Bahnpunkte normalerweise im erdfesten (rotierenden) rechtshändigen kartesischen Koordinatensystem ECEF. Möchten Sie hingegen die Bahnpunkte im himmelsfesten (quasi-inertialen) System ECSF erhalten, geben Sie einfach bei der Bahnberechnung für die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation $\omega_E = 0$ an.

Sie erhalten dann ein System, dessen Achsen zu Wochenbeginn mit dem erdfesten System übereingestimmt haben und himmelsfest gehalten wurden.

☰ Satellitenbahngeschwindigkeit

Satellitenbahnen werden in der Form von Koordinatenlisten von diskreten Bahnpunkten auf einem Zeitraster berechnet. Wenn Sie die Bahngeschwindigkeit erhalten wollen, laden Sie die Koordinatenliste in Räumliche Polygone und berechnen diese als offenes Polygon. Dann erhalten Sie die räumlichen Abstände aufeinanderfolgender Bahnpunkte als Seitenlängen des Polygons. Haben Sie als Zeitinkrement der Bahnberechnung Δt z.B. 1 Sekunde gewählt, sind die Seitenlängen sofort Geschwindigkeiten in Meter/Sekunde.

Normalerweise erhalten Sie die Geschwindigkeiten im erdfesten (rotierenden) Koordinatensystem ECEF. Möchten Sie diese hingegen im himmelsfesten (quasi-inertialen) System ECSF erhalten, wenden Sie bitte den vorherigen Trick an. Wenn Sie das für das Beispiel: Bahnberechnung mit einem GPS Almanach (Zeitinkrement 1h) machen, erhalten Sie Bahngeschwindigkeiten zwischen `13600` und `14000` km/h.

☰ Sonstiges

- Um in einem Koordinateneingabefeld, in welches Sie Koordinaten geladen (also nicht manuell eingegeben) haben, schnell die aktuellen Einstellungen für das Koordinatensystem anzuzeigen, ohne über Einstellungen gehen zu müssen, klicken Sie einfach auf [Löschen] und danach auf [Zurücksetzen].
- Sie können unerwünschte Graphiken und/oder Zusatzinformationen ausblenden, z.B. das Globus-Logo oder die Leinwände. Ändern Sie dazu die Einstellungen.
- Die Werkzeuge für Rotationsellipsoide funktionieren auch für die Kugel. Geben Sie als Referenzellipsoid die Kugel an.

☰ Auch interessant

x

Tutorium
Problembericht
Kreisbogenabsteckung
Einstellungen
Flächenteilung
Liste der Anleitungen
Erste Schritte
Projektverwaltung
IN DUBIO PRO GEO kennen lernen

Schon gewusst? *Es gibt noch viel mehr Tricks, die hier demnächst ergänzt werden.* x

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Erdkrümmungskorrektion

Seiteninhalt

x

Einführung

Berechnungen im Vertikaldreieck sollten ab einer bestimmten Seitenlänge die Erdkrümmung berücksichtigen. Die Lote in Anfangs- und Endpunkt der Geradenstücke, Netz- oder Polygonseiten sind dann nicht mehr als parallel zu betrachten. Beim Rechenwerkzeug Vertikaldreiecke wird das immer berücksichtigt. Bei den Rechenwerkzeugen Polygonzüge, Universalrechner, Höhennetze erfolgt das nur optional. Das Abwählen dieser Option ist zwingend, wenn Sie Ihre Messwerte zuvor bereits wegen der Erdkrümmung korrigiert haben.

Erdradius

Der für die Korrektion zu verwendende Erdradius ist in derselben Einheit wie Ihre Koordinaten und Distanzen einzugeben.

Die Erdabplattung wird vernachlässigt. Am besten verwendet man den lokalen mittleren Krümmungsradius des Ellipsoids im Punktgebiet, das ist der Radius der Gaußschen Schmiegungskugel. Diesen berechnet man mit dem Rechenwerkzeug Breitenabhängige Größen. Ein für die ganze Erde etwa passender Wert ist `6371000 m`.

Beispiel: Effekt der Erdkrümmung bei horizontaler Visur

Mit dem Universalrechner soll untersucht werden, wie groß der Effekt der Erdkrümmung bei horizontaler Visur auf verschiedene Distanzen ist. Dazu messen wir vom Punkt `Station` auf verschieden weit entfernte Zielpunkte.

Die erhaltenen Höhendifferenzen `dh` zwischen `Station` und den Zielpunkten sowie die Verkürzungen der Horizontaldistanzen `e` gegenüber den Schrägdistanzen `s` kennzeichnen den Effekt der Erdkrümmung.

Wir erhalten folgende Ergebnisse:

Zielpunkt	Höhendiff.	Horiz.dist.
0001	7.848062e-8	1.000000000

Punktnamen und Messwerte

```
Station
// Zielpunkt Zenitwinkel Schrägdistanz
   0001      100         1
   0003      100         3
   0010      100         10
   0030      100         30
   0100      100         100
   0300      100         300
   1000      100         1000
   3000      100         3000
```

☑ Erdkrümmung korrigieren mit Erdradius

6371000 x

Beispiel laden und „Rechnen“ in Universalrechner

0003	7.063255e-7	3.000000000
0010	7.848255e-6	10.00000000
0030	7.063244e-5	30.00000000
0100	7.848060e-4	99.99999999
0300	0.007063256	299.9999998
1000	0.078480614	999.9999918
3000	0.706325498	2999.999778

Zum Vergleich berechnen wir die letzte Zeile mit Vertikaldreiecke Hier sind die entsprechenden Ergebnisse ebenfalls unter `dh` und `e` aufgeführt.

Beispiel laden und „Rechnen" in Vertikaldreiecke

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:55 (Zeitzone Amsterdam)

IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Fehlerfortpflanzung

Seiteninhalt

X

Einführung

In der Geodäsie werden nicht nur unbekannte Größen berechnet, sondern es wird auch abgeschätzt, wie genau oder ungenau diese Größen erhalten werden. Berechnete Größen erben ihre Abweichungen, die sogenannten „Fehler", von den Größen, aus denen sie berechnet werden. Diese Größen können gemessen sein und Messabweichungen besitzen oder aus anderen Größen berechnet sein und so ihre Abweichungen wiederum geerbt haben. Man sagt, die Fehler pflanzen sich fort. Sowohl Verstärkung, als auch Abschwächung von Fehlern sind möglich.

Es ist wichtig, diese Fehlerfortplanzung rechnerisch zu vollziehen, um

1. die Genauigkeiten berechneter Größen anzugeben,
2. die den Vorgaben entsprechende erforderliche Genauigkeit von Messwerten zu bestimmen und
3. Messungsanordnungen zu optimieren.

Diese drei Ziele werden durch Anwendung von Fortpflanzungsgesetzen erreicht.

Genauigkeitsmaße

Genauigkeiten können auf verschiedene Art durch Maßzahlen ausgedrückt werden. IN DUBIO PRO GEO arbeitet mit den folgenden drei Genauigkeitsmaße:

Standardabweichung	**Std**	früher auch „mittlerer Fehler" genannt
maximale absolute Abweichung	**Max**	größtmöglicher Fehler
Gewicht	**Gew**	ein relatives Genauigkeitsmaß

In der Geodäsie ist die Standardabweichung verbreitet, weil die maximale absolute Abweichung schwer abschätzbar ist oder oft Werte ergibt, die zwar theoretisch möglich sind, aber nur durch Verkettung extrem ungünstiger Umstände.

- Genauigkeitsmaße dürfen nicht negativ sein, und Gewichte dürfen auch nicht Null sein.
- Bei fehlenden Maßen gelten die zugehörigen Größen als fehlerfrei.
- Abweichungsmaße dürfen nicht beliebig groß sein, andernfalls werden sinnlose und im Extremfall auch gar keine Ergebnisse erhalten.

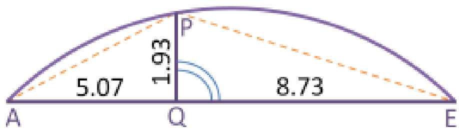
Ein einfacher Test, ob Abweichungen ausreichend klein sind, besteht darin, die Berechnung mit den halben Genauigkeitsmaßen zu wiederholen und zu überprüfen, ob sich auch alle berechneten Maße etwa halbieren.

☰ Anwendung von Fortpflanzungsgesetzen

Für jedes Genauigkeitsmaß gibt es ein eigenes Fortpflanzungsgesetz. Finden Sie die theoretischen Grundlagen hier erläutert: Fehler- und Kovarianzfortpflanzung

Hat man zu jeder ungenauen Startgröße eine zugehöriges Genauigkeitsmaß, dann können bei einigen Rechenwerkzeugen (⇓Auch interessant) diese Maße angegeben und die entsprechenden Genauigkeitsmaße aller berechneten Größen erhalten werden. IN DUBIO PRO GEO wendet hierzu ein Fortpflanzungsgesetz an. Voraussetzung dafür ist, dass die Startgrößen statistisch unkorreliert sind. Das bedeutet praktisch, dass diese Genauigkeitsmaße letztlich aus zufälligen Messabweichungen resultieren, wobei jede dieser Messabweichungen aber nur höchstens eine Startgröße beeinflusst.

☰ Beispiel: Kreisbogenradius



Kreisbogenradius aus Sehnenabschnitten und Pfeilhöhe

Wie genau lässt sich durch Messband-Messung der Sehnenabschnitte AQ und QE und der Pfeilhöhe PQ der Radius des Kreisbogens in der Abbildung bestimmen? Aus Erfahrung erhalten wir für alle drei Messwerte eine **Standardabweichung** von je `0.03` . Das Ergebnis ist ein Radius von `12.57` mit einer Standardabweichung von `0.18`.

Beispiel laden und „Rechnen"

Wenn wir statt dessen oder zusätzlich eine **maximale absolute Abweichung** der Messbandmessungen von je `0.1` annehmen, so erhalten wir eine maximale absolute Abweichung für den Radius von `0.86`.

Beispiel laden und „Rechnen"

In beiden Fällen werden die Abweichungen deutlich verstärkt. Dieser Effekt ist bei noch flacheren Bögen, wie sie praktisch z.B. im Verkehrswegebau vorkommen, noch stärker.

Wenn wir hingegen nicht sicher wüssten, welche Standardabweichungen den Messband-Messungen zugeordnet werden können, sondern nur, in welchem Verhältnis diese zueinander stehen, können wir mit Gewichten arbeiten. Sind diese Standardabweichungen alle gleich, wählen wir für alle Messwerte das Gewicht 1 und berechnen eine **Gewichtsfortpflanzung**. Als Ergebnis erhalten wir für den Radius das vergleichsweise geringe Gewicht `0.028`, welches zumindest auf eine ungünstige Fehlerfortpflanzung hinweist.

Beispiel laden und „Rechnen"

Würden wir versuchen, den Radius durch Messung der langen Sehne AE und der beiden kurzen Sehnen AP und PE (⇑ Abbildung) mit derselben Genauigkeit, also demselben Gewicht 1 zu bestimmen, erhielten wir durch Gewichtsfortpflanzung für den Radius das noch viel geringere Gewicht `0.0034`. Diese Messungsanordnung ist also noch weniger empfehlenswert.

Beispiel laden und „Rechnen"

Trick: Fehlerfortpflanzung mit dem Universalrechner

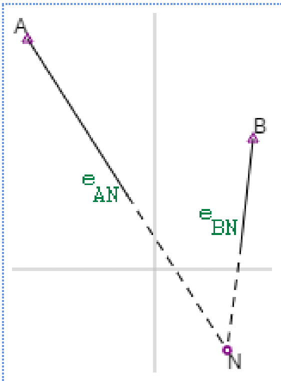
Obwohl der Universalrechner keine direkte Funktion zur Fehlerfortpflanzung anbietet, ist es möglich, auch hier auf geschickte Weise eine Fehlerfortpflanzung zu berechnen: Nehmen wir an, wir haben n ungenaue Startgrößen (Koordinaten und/oder Messwerte). Man lässt die Rechnung $n+1$-mal ausführen, einmal mit unveränderten Startwerten und n-mal mit je einem um seine Standardabweichung oder maximale absolute Abweichung veränderten Startwert, einem nach dem anderen. Dann zieht man die Differenzen Δ_i der interessierenden Ergebnisse in Bezug zur ersten Rechnung nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz zusammen:

für Standardabweichungen:	$\sigma^2 = \Delta_1^2 + \ldots + \Delta_n^2$
für maximale absolute Abweichungen:	$\Delta = \lvert\Delta_1\rvert + \ldots + \lvert\Delta_n\rvert$

Wenn man die Punkte mit veränderten Koordinaten anders benennt und an die Koordinatenliste anhängt und wenn man auch den $n+1$ Ergebnissen für die Neupunkte jeweils andere Punktnamen zuweist, kann man die $n+1$ Rechnungen im Universalrechner **in einem einzigen Rechengang** ausführen lassen.

Beispiel: Bogenschnitt

Betrachten wir z.B. einen Bogenschnitt mit zwei Festpunkten A und B und einem Neupunkt N sowie zwei gemessenen Horizontaldistanzen e_{AN} `= 11.436;` e_{BN} `= 6.576`. Alle vier Lagekoordinaten haben Standardabweichungen von `0.03` und beide Distanzen haben Standardabweichungen von `0.01`. Damit haben wir 6 ungenaue Startgrößen $x_A, y_A, x_B, y_B, e_{AN}, e_{BN}$. Die Liste der bekannten Punkte kann also lauten:



Bogenschnitt

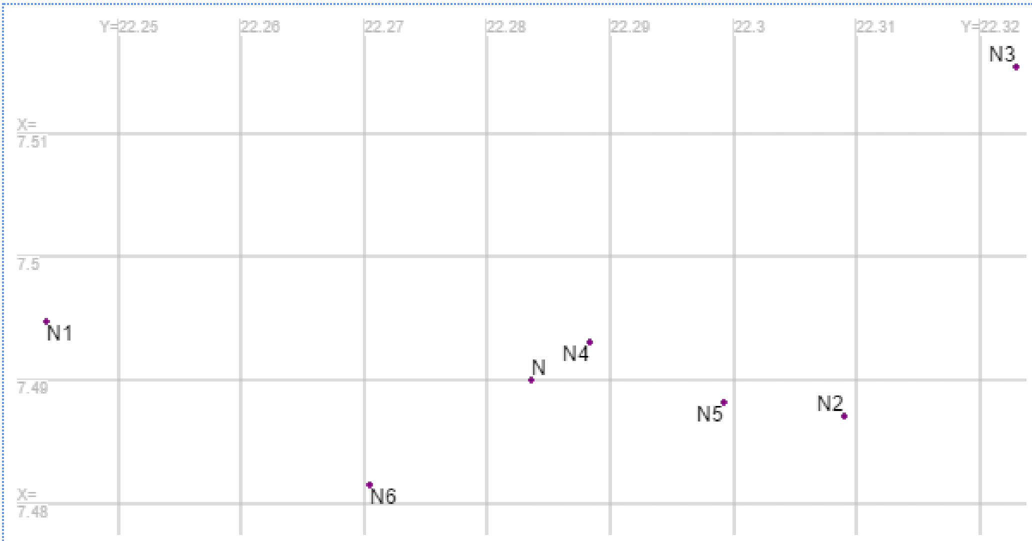
```
       Y     X
A    16.10 17.11 // unveränderter Punkt
B    23.06 14.02 // unveränderter Punkt
AY   16.13 17.11 // Y-veränderter Punkt A
BY   23.09 14.02 // Y-veränderter Punkt B
AX   16.10 17.14 // X-veränderter Punkt A
BX   23.06 14.05 // X-veränderter Punkt B
```

Nun berechnet man die 7 Bogenschnitte **in einem einzigen Rechengang** mit dem Universalrechner und gibt den 7 Ergebnissen für den Neupunkt jeweils die Punktnamen **N,N1,N2,…,N6** . Jeder Bogenschnitt hat zwei Lösungen. Diese kombinieren sich zu insgesamt $2^7=128$ Lösungen. Es reicht aber, nur die erste zu betrachten. Alle anderen Lösungen ergeben dieselben Genauigkeiten.

Beispiel laden und „Rechnen"

Man kann sich leicht ein Bild von der räumlichen Verteilung der 7 berechneten Punkte machen, wenn man diese in einer Koordinatenliste speichert und auf der Leinwand betrachtet. Die größten Einflüsse stammen von den X-Koordinaten der Anschlusspunkte **A (→N1), B (→N3)**:

Nun müssen die Differenzen Δ_i berechnet werden. Unterstützen kann man dies durch Laden der Punkte in Transf. über Parameter und Berechnung einer Translation, so dass N in den Nullpunkt des Koordinatensystems verschoben wird. Die transformierten



Darstellung der 7 berechneten Punkte auf der Leinwand der Koordinatenliste

Koordinaten der anderen 6 Punkte sind unmittelbar die gesuchten Differenzen. Schließlich erhalten wir für den Neupunkt N durch Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes für Standardabweichungen:

$$\sigma_Y=(0.039^2+0.025^2+0.039^2+0.005^2+0.016^2+0.013^2)^{1/2}=0.065$$
$$\sigma_X=(0.005^2+0.003^2+0.025^2+0.003^2+0.002^2+0.008^2)^{1/2}=0.028$$

Wären die gegebenen Abweichungen absolute Abweichungen gewesen, würde sich statt dessen durch Anwendung des entsprechenden Fehlerfortpflanzungsgesetzes ergeben:

$$\Delta_Y=0.138;\ \Delta_X=0.047$$

In beiden Fällen verstärken sich die Abweichungen vor allem in der Y-Koordinate von N.

☰ Auch interessant

X

Kreisbögen
Vertikaldreiecke
Standpunktzentrierung
Ebene Dreiecke
Sphärische Dreiecke
Atmosphärische Korrektion
Ebene Vierecke
Dreiecksausgleichung
Fehler- und Kovarianzfortpflanzung

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:55 (Zeitzone Amsterdam)

☰ IN DUBIO PRO GEO Anleitung : Informationskriterien

Seiteninhalt

X

Einführung

Ein Informationskriterium ist ein Kriterium zur Auswahl eines Modells in der Statistik. Hat man stochastische Beobachtungen und eine Anzahl von Modellkandidaten zur Verfügung, so berechnet man für alle Kandidaten den zugehörigen Wert des Informationskriteriums. Ein niedriger Wert zeigt ein passendes Modell an. Das Modell mit dem kleinsten Wert ist am besten zu den Beobachtungen passend und sollte gewählt werden.

IN DUBIO PRO GEO berechnet für stochastische Modelle Informationskriterien, damit Sie das optimale Modell selektieren können. Einige Rechenwerkzeuge berechnen von sich aus mehrere Modell und listen die zugehörigen Informationskriterien auf.

☰ Definitionen

Leider gibt es in der statistischen Literatur mehrere verschiedene Definitionen für Informationskriterien. Die wichtigsten sind:

Informations-kriterium	Formel	Symbole
Akaike	$AIC = 2 \cdot k - 2 \cdot log(L(\overline{\theta}; l))$	k = Anzahl der Modellparameter θ
Akaike korrigiert	$AICc = AIC + 2k(k+1)/(n-k-1)$	n = Anzahl der Beobachtungen l
Bayes	$BIC = log(n)k - 2 \cdot log(L(\overline{\theta}; l))$	L = Likelihoodfunktion des Modells
		$\overline{\theta}$ = Maximum-Likelihood-Schätzung von θ

Alle diese Kriterien zerfallen in einen Strafterm für die Anzahl der Modellparameter, der eine Überanpassung bestraft, und einen Modellanpassungsterm $-2 \cdot log(L(\overline{\theta}; l))$. Beachten Sie, dass zu den k Modellparametern θ auch die (Ko-)Varianzparameter (unbekannte (Ko-)Varianzfaktoren oder -komponenten) zu zählen sind. Liegen jedoch d Datumsdefekte vor, z.B. bei der freien Netzausgleichung, dann ist k um d zu verringern. Enthält das Modell zusätzlich m unabhängige Bedingungsgleichungen für Parameter, so ist k um m zu verringern.

In der Geodäsie sind Modelle mit normalverteilten Beobachtungen verbreitet. Zwei Fälle sind bedeutsam:

☰ Normalverteilte Beobachtungen - prio-Fall

In diesem Fall ist die Kovarianzmatrix der Beobachtungen Σ_l vollständig bekannt. Wir haben $\theta = x$ und $k = u - m - d$. Die Likelihoodfunktion L hat folgende Gestalt:

$$L(\bar{x}; l) = (2\pi \cdot det(\Sigma_l))^{-1/2} exp(-(A\bar{x} - l)^T \Sigma_l^{-1} (A\bar{x} - l)/2) = (2\pi\sigma^2)^{-n/2} det(P)^{1/2} exp(-\sigma^{-2} (A\bar{x} - l)^T P(A\bar{x} - l)/2)$$

Hierbei sind die Symbole aus Vermittelnde Ausgleichung verwendet worden. Daraus gewinnt man

$$- 2 \cdot log(L(\bar{x}; l)) = n \cdot log(2\pi\sigma^2) - log(det(P)) + \sigma^{-2}(A\bar{x} - l)^T P (A\bar{x} - l)$$

Haben wir speziell den Fall, dass die Gewichtsmatrix P eine Diagonalmatrix ist, erhalten wir

$$- 2 \cdot log(L(\bar{x}; l)) = n \cdot log(2\pi\sigma^2) - \Sigma \, log(p_i) + \sigma^{-2}(A\bar{x} - l)^T P(A\bar{x} - l)$$

Die ersten beiden Summanden sind für alle Informationskriterien und Modelle gleich und könnten bei der Minimumbestimmung weggelassen werden. Wegen der Vergleichbarkeit der Werte berechnet IN DUBIO PRO GEO sie aber trotzdem mit. Zusammengefasst erhalten wir im prio-Fall:

$$C_{prio} := n \cdot log(2\pi\sigma^2) - \Sigma \, log(p_i)$$

$$\Omega(\bar{x},l) := (A\bar{x} - l)^T P(A\bar{x} - l)$$

$$AIC_{prio} = 2k + \sigma^{-2}\Omega(\bar{x},l) + C_{prio}$$

$$AICc_{prio} = 2k + 2k(k+1)/(n-k-1) + \sigma^{-2}\Omega(\bar{x},l) + C_{prio}$$

$$BIC_{prio} = log(n)k + \sigma^{-2}\Omega(\bar{x},l) + C_{prio}$$

Normalverteilte Beobachtungen - post-Fall

In diesem Fall enthält die Kovarianzmatrix der Beobachtungen $\Sigma_l = \sigma^2 P^{-1}$ einen unbekannten Varianzfaktor σ^2. Dieser muss ebenfalls geschätzt werden. Dadurch umfasst θ eine weitere Größe, d.h. $k = u - m - d + 1$. Als Schätzwert für σ^2 wird der (nicht erwartungstreue) Maximum-Likelihood-Schätzwert verwendet:

$$\bar{\sigma}^2 = \Omega(\bar{x},l)/n$$

Die neue Likelihoodfunktion lautet:

$$L(\bar{x},\bar{\sigma}^2; l) = (2\pi\bar{\sigma}^2)^{-n/2} det(P)^{1/2} exp(-\bar{\sigma}^{-2}(A\bar{x} - l)^T P(A\bar{x} - l)/2) = (2\pi\Omega(\bar{x},l)/n)^{-n/2} det(P)^{1/2} exp(-n/2)$$

$$- 2 \cdot log(L(\bar{x},\bar{\sigma}^2; l)) = n \cdot log(2\pi\Omega(\bar{x},l)/n) - \Sigma \, log(p_i) + n$$

Zusammengefasst erhalten wir im post-Fall:

$$C_{post} := n \cdot log(2\pi) - \Sigma \, log(p_i) + n$$

$$AIC_{post} = 2k + n \cdot log(\Omega(\bar{x},l)/n) + C_{post}$$

$$AICc_{post}=2k + 2k(k+1)/(n-k-1) + n\cdot log(\Omega(\bar{x},l)/n) + C_{post}$$

$$BIC_{post}=log(n)k + n\cdot log(\Omega(\bar{x},l)/n) + C_{post}$$

Auch interessant

Erste Schritte
Ausgleichende Flächen
Ausgleichende Flächen
Ausgleichungslehrbücher
Vermittelnde Ausgleichung
Vermittelnde Ausgleichung
Transf. über identische Punkte
Transf. über identische Punkte
Kritische Werte für Hypothesentests

©Rüdiger Lehmann Impressum
22.07.2019 14:56 (Zeitzone Amsterdam)